Capítulo xx

Experimentos introductorios de mecánica: Péndulo simple y caída de los cuerpos- Fotointerruptores

En este capítulo estudiamos las leyes del péndulo en forma experimental. A partir de este estudio discutimos un modo de determinar la aceleración de la gravedad, *g*, usando un péndulo de longitud variable. También analizamos las características de un experimento crucial como lo es el experimento de la caída libre. El empleo de fotointerruptores, conectados a una computadora personal (PC), facilita mucho la realización de estos proyectos. Los fotointerruptores sirven para medir tiempos con mucha precisión y permiten reconstruir la cinemática del movimiento de un cuerpo

Objetivos

- ✓ Leyes del péndulo
- ✓ Descubrimiento de leyes empíricas.
- ✓ Determinación de la aceleración de la gravedad
- ✓ Uso de fotointerruptores para medir tiempos

Introducción

Comenzamos este capítulo estudiando las leyes de un péndulo simple. Seguidamente analizamos la caída libre de un cuerpo. Este último experimento recrea un hito crucial en el desarrollo de la física, el cambio de paradigma de la física Aristotélica a la de Galileo y Newton. También analizamos la dependencia del movimiento de caída de un cuerpo y su posible dependencia de su masa. Finalmente, usamos el dispositivo experimental de la caída libre, para estudiar la conservación de energía en la caída libre. En todos los casos aplicamos las técnicas de análisis gráfico discutidas en el Cap. 2.

Fotointerruptores: Un fotointerruptor (*photogate* en Inglés) es un dispositivo con un emisor y un detector de luz (infrarrojo) que genera una señal eléctrica (normalmente de 5 V), que se activa o desactiva cuando el haz de luz se interrumpe.[1] Ver Figura xx.1. Los fotointerruptores se conectan a algún puerto de la PC (gameport o USB) y a través de un programa específico permiten medir los tiempos que duran las interrupciones o intervalos entre varias interrupciones sucesivas. Estos datos se graban en un archivo y pueden utilizarse para analizar los resultados de un experimento. Las ventajas de un fotointerruptor son:

- ✓ Eliminan el tiempo de reacción del observador (los tiempos de respuesta electrónicos son del orden de los μs)
- ✓ La interrupción no genera interferencia con el experimento (se corta un haz de luz).
- ✓ La precisión en la medición de tiempos es de fracciones de ms.
- ✓ Los datos se acumulan y graban en la computadora para su posterior análisis.

- ✓ Existen varias firmas que los proveen y también se pueden construir en forma artesanal.
- ✓ Son de muy bajo costo.

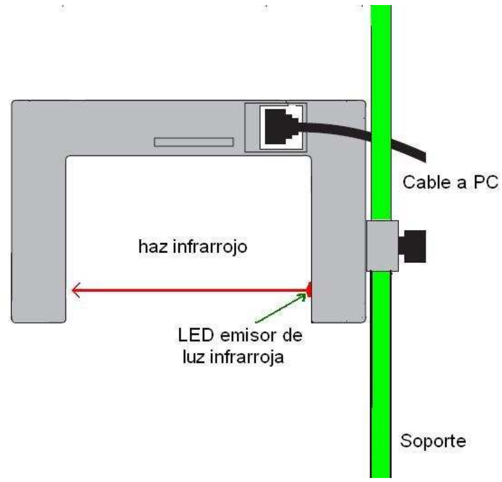

Figura xx.1. Diagrama esquemático de un fotointerruptor

Los fotointerruptores se pueden utilizar para determinar la posición, velocidad, aceleración, período, etc. de diversos sistemas mecánicos.

Proyecto 12. *Descubriendo las leyes del péndulo- Dependencia del período en función de la longitud del péndulo*

Equipamiento recomendado: Un péndulo bifilar de longitud variable, ver Fig.xx.1, un fotointerruptor conectado a una computadora o bien un cronometro.

En esta actividad nos proponemos estudiar las propiedades de un péndulo simple midiendo los períodos de oscilación en función de su longitud y su masa. Emplearemos las técnicas de análisis gráfico de datos experimentales estudiadas en los capítulos anteriores.

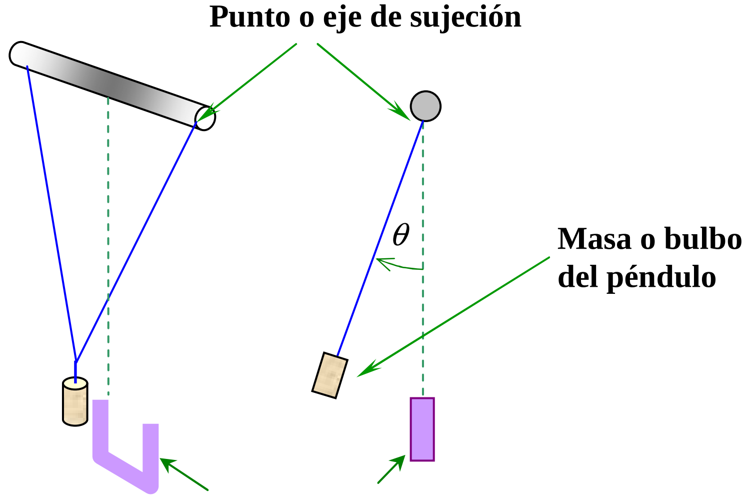

Figura xx.2 Diagrama esquemático de un péndulo bifilar. θ es la amplitud de la oscilación. El fotointerruptor permite medir los periodos.

Para ello proponemos construir un péndulo simple e investigar la dependencia del período de oscilación T con la longitud L del mismo. Un modo de lograr que el péndulo oscile en un mismo plano consiste en construir un péndulo bifilar, como se ilustra en la Fig. xx.2. Aquí, el péndulo cuelga de una barra horizontal a través de dos hilos formando una V. En el vértice inferior se cuelga el bulbo o cuerpo que va a oscilar. De este modo el péndulo sólo puede oscilar en un plano perpendicular a la barra horizontal. Para medir los periodos es conveniente usar un fotointerruptor como se ilustra en la Fig. xx.2. En su defecto, se puede usar un cronómetro y para disminuir los errores se pueden medir 10 o 15 oscilaciones seguidas. El período será el cociente entre el tiempo medido t y el número N de oscilaciones completas, es decir $T=t/N$. Cuando se usa un fotointerruptor, también es conveniente medir varias oscilaciones (10 o 15) y tomar como mejor valor el promedio y como error estadístico la desviación estándar de promedio. Ver Cap. 5. Si usa un fotointerruptor, asegure que el programa mide efectivamente el periodo. Para ello mueva lentamente con la mano el bulbo y verifique que está midiendo efectivamente el período del péndulo.

Trate que las oscilaciones sean de "pequeñas" amplitudes, en la práctica esto significa que el ángulo de desviación máxima, respecto a la vertical, sea del orden o menor que 10º. Recuerde que el período T, se define como el tiempo que tarda el péndulo en recorrer la distancia que va entre un apartamiento máximo hacia un lado hasta volver al mismo extremo. De modo más general diríamos que T es el tiempo que tarda en alcanzar dos puntos de igual fase, o sea el mismo ángulo y con la misma velocidad. Recuerde también que lo que llamamos longitud del péndulo no coincide por lo general con la longitud del hilo. Más precisamente, L es la distancia entre el punto de sujeción del péndulo y el centro de masa del bulbo que cuelga del hilo.

Sugerencias de trabajo:

- ✓ Construya un péndulo bifilar de longitud regulable y en lo posible utilice un fotointerruptor para medir los períodos. Si mide los períodos manualmente con un cronómetro, mida varias oscilaciones para disminuir los errores de medición.
- ✓ En cada medición mida cuidadosamente la longitud del péndulo, como dijimos, la longitud de un péndulo simple, es la distancia desde el eje de oscilación (eje de sujeción) al centro de masa del bulbo. Dado que en algunos casos, el centro de masa no se conoce o es difícil de hacer mediciones precisas a este punto, puede tomarse como referencia dos puntos representativos del péndulo construido, por ejemplo el tope de la plomada y la barra de sujeción del péndulo, llamaremos a esta distancia representativa L_m.
- ✓ Represente gráficamente T en función de L_m, usando escalas lineales y logarítmicas.
- ✓ Represente también T^2 en función de L_m. Verifique si es posible o no describir la tendencia observada en los datos por la relación $T^2 = a\,L_m + b$. De ser así, verifique si los parámetros a y b tiene significación estadística, es decir asegúrese que si $a/\Delta a$

>>1 y $b/\Delta b$ >> 1. Ver Cap.7 y Apéndice D. Note que si, por ejemplo, $b/\Delta b \approx 1$, entonces el valor de b es comparable a su error y por lo tanto no podemos afirmar que $b \neq 0$. Si b es significativamente distinto de 0, entonces es posible definir una nueva longitud $L_{ef} = L_m + \Delta L$, de modo que: $T^2 = c\, L_{ef}$, donde $L_{ef} = L + \Delta L$, con $\Delta L = b/a$. A partir de sus datos determine los valores de ΔL y c. Note que L_{ef} es la longitud efectiva del péndulo y representa la longitud equivalente de un péndulo ideal (masa puntual) que tendría el mismo período que el péndulo usado, correspondiente a la distancia entre la barra y el centro de masa del bulbo.

- ✓ De la expresión analítica que mejor ajusta los datos de T^2 en función de L_m. Usando el método de cuadrados mínimos determine el valor de las constantes involucradas en la expresión analítica y sus respectivas incertidumbres.
- ✓ Discuta el significado físico de la longitud efectiva L_{ef} encontrada y verifique que esta distancia se aproxima mejor a la distancia del punto de sujeción del péndulo al centro de masa del bulbo. Para ello identifique el centro de masa del bulbo y verifique que el valor de con $\Delta L = b/a$ aproxima la distancia entre el punto de referencia adoptado y el centro de masa.

- ✓ Usando las leyes de la mecánica demuestre que para un péndulo simple que oscila con pequeñas amplitudes, el período está dado por (ver Anexo A):[2],[3]

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{o} \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot L = c \cdot L \tag{xx.1}$$

donde g es la aceleración de la gravedad y L la longitud del péndulo ($L=L_{ef}$). Usando sus resultados de T^2 en función de L y las expresiones analíticas que mejor ajustan los datos, determine el valor de g y estime el valor de su incertidumbre Δg.

Variación del período del péndulo con su masa

- ✓ Investigue la dependencia del período con la masa m del péndulo. Para poder aislar esta variable (la masa) asegúrese que la longitud del hilo permanezca constante y que el cambio de masas no afecte significativamente la forma del péndulo. Mida T para distintas masas m y represente en un gráfico $T(m)$.
- ✓ ¿Depende el período de un péndulo con la masa del bulbo?

Experimento de caída libre: Movimiento uniformemente acelerado y determinación de g

En esta parte estudiaremos el movimiento de caída libre de un cuerpo mediante técnicas de análisis gráfico. Las mediciones de tiempos las realizaremos con un fotointerruptor conectado a una computadora. Analizaremos las características de un experimento crucial.

La caída de los cuerpos, constituye uno de los experimentos claves en la evolución del pensamiento físico y filosófico de la humanidad. Para comprender su trascendencia es menester ubicarse en el paradigma de la física de Aristóteles, desarrollada alrededor de 350 a.C. Esta concepción era la prevalente antes de la revolución científica ocurrida hacia fines del Renacimiento, que tuvo como protagonistas principales a: Copérnico, Galileo, Kepler y Newton (que desde luego lo hicieron independientemente en tiempos y lugares diferentes).

En la concepción de Aristóteles,[4] los cuatro elementos constituyentes de todos los cuerpos materiales eran: el fuego, el aire, el agua, y la tierra. Cada uno de ellos tenía propiedades de movimientos intrínsecas a su naturaleza. Así, liberado a sí mismo un trozo de tierra tenía un movimiento "natural" vertical y descendente hacia el centro de la Tierra (que coincidía con el centro mismo del Universo), mientras que el fuego tenía un movimiento "natural" vertical y ascendente. De esta forma, la tierra era naturalmente un elemento pesado (grave) y el fuego era naturalmente liviano. El aire y al agua ocupaban una posición intermedia entre estos extremos.

Para que un cuerpo grave (tierra) comience a moverse era necesario aplicarle una fuerza. Aún los vocablos animados (con alma) e inanimado (sin alma) reflejan esta concepción. De este modo, *lo que se mueve se mueve por otro.* La noción que caracteriza la rapidez del movimiento es el tiempo que se demora en recorrer una dada distancia, que podríamos asimilar a nuestro concepto actual de velocidad. En este punto es importante reparar que los conceptos modernos no son totalmente asimilables a los de la época de Aristóteles,[4] pero haciendo esta salvedad trataremos de usar un lenguaje moderno y matemático para explicar más sencillamente las ideas de Aristóteles. A propósito, la forma matemática de expresar las leyes físicas se inicia precisamente con Galileo.

Usando un anacronismo, podemos decir que en la concepción de Aristóteles, la velocidad v que adquiere un cuerpo es proporcional a la fuerza aplicada F e inversamente proporcional a la resistencia o *espesura del medio* R. O sea: $v = F/R$. Si arrastramos un tronco tirando con un caballo, recorrer una cierta distancia d tomará un dado tiempo T. Usando dos caballos (duplicando la fuerza) podríamos hacerlo en aproximadamente la mitad del tiempo, $T/2$ (duplicamos la velocidad). También esta ley explica porque es más fácil correr en el aire que hacerlo dentro del agua. El agua tiene más resistencia que el aire (mayor R). Como se ve, estas ideas de Aristóteles, que podríamos llamar la física del sentido común, no es absurda. Permite explicar en forma simple muchos fenómenos que observamos en la vida diaria. Piense por ejemplo que haría si quiere aumentar la velocidad de una lancha: claramente pondría más remeros o el mismo número de remeros pero más fuertes, o sea, se buscaría aumentar F. Asimismo, para aumentar v trataríamos de reducir la resistencia R, haciendo la lancha más delgada. Esta concepción es aún prevalente en el público en general, por ser nociones muy "intuitivas".

Dentro de este esquema era claro que la Tierra debería de estar inmóvil. Si todas sus partes (cualquier trozo de tierra, por ejemplo una piedra) se mueven naturalmente hacia el centro, es claro que como un todo, la Tierra misma debe ser esférica y centrada en dicho punto, el centro mismo del Universo. Vemos así que dentro de la física de Aristóteles no es sencillo transformar a la Tierra en un simple planeta más. El movimiento *no es relativo* en este paradigma.

Asimismo, si lo que se mueve se mueve por otro, y así sucesivamente, esto no puede continuar indefinidamente, como bien sostenía Aristóteles. Debe haber una causa última del movimiento. Este era el lugar ideal para colocar una divinidad y Santo Tomás de Aquino no dudó es usar este argumento para probar la existencia de Dios.

Dentro de la concepción aristotélica, los cuerpos más pesados son atraídos por la Tierra con mayor fuerza que los livianos. Por tanto, siguiendo con el argumento de Aristóteles ($v = F/R$.), los cuerpos más pesados, al caer, deberían llegas más rápido al suelo que los ligeros. Galileo, en el siglo XVI, dejó caer cuerpos pesados y livianos desde lo alto de la Torre de Pisa, observó que demoraban el mismo tiempo en llegar al piso. También realizó experimentos de un modo más controlado usando un plano inclinado para estudiar la caída de los cuerpos. Todos sus resultados indicaban que los cuerpos ligeros y pesados, caían de la misma forma. Estos resultados contribuyeron a demostrar una grave anomalía en la concepción aristotélica, que concluyó con una de las revoluciones científicas más importantes de la historia.

En la concepción de Galileo y Newton, siempre que el roce con el aire sea despreciable, todos los cuerpos caen con la misma aceleración, independientemente de su masa.

Experimento

En este experimento nos planteamos estudiar el movimiento de caída de un cuerpo midiendo las distancias recorrida por un cuerpo en función del tiempo. Para la determinación de los tiempos se propone usar un fotointerruptor conectado a una computadora. Si realizamos el experimento con cuerpos de distintas masas, podemos recrear la confrontación de las ideas aristotélicas y galileanas mediante un experimento crucial en la historia de la física, es decir, un experimento contribuyó significativamente a cambiar un paradigma de la física.[4,5]

Proyecto 13. *Estudio del movimiento en caída libre*

Equipamiento recomendado: Una placa de plástico o acrílico transparente con franjas oscuras equiespaciadas, denominada “cebra”, ver Fig.xx.3. Un fotointerruptor conectado a una computadora. Un frasco de plástico colgado de la parte inferior de la cebra y algún lastre para variar su masa.

Para este experimento se usa una placa de acrílico o plástico transparente a la que se agregan franjas opacas espaciadas regularmente, como se muestra en la Fig. xx.3. Cuando la placa se libera desde el reposo pasando por entre los brazos de un fotointerruptor, el paso de las franjas opacas obstruye el haz de luz del instrumento y dispara la medición de tiempos. Un programa adecuado, registra esos tiempos que se asocian a las distancias recorridas $x_1=x_0$, $x_2=2x_0$, $x_3=3x_0$, etc.

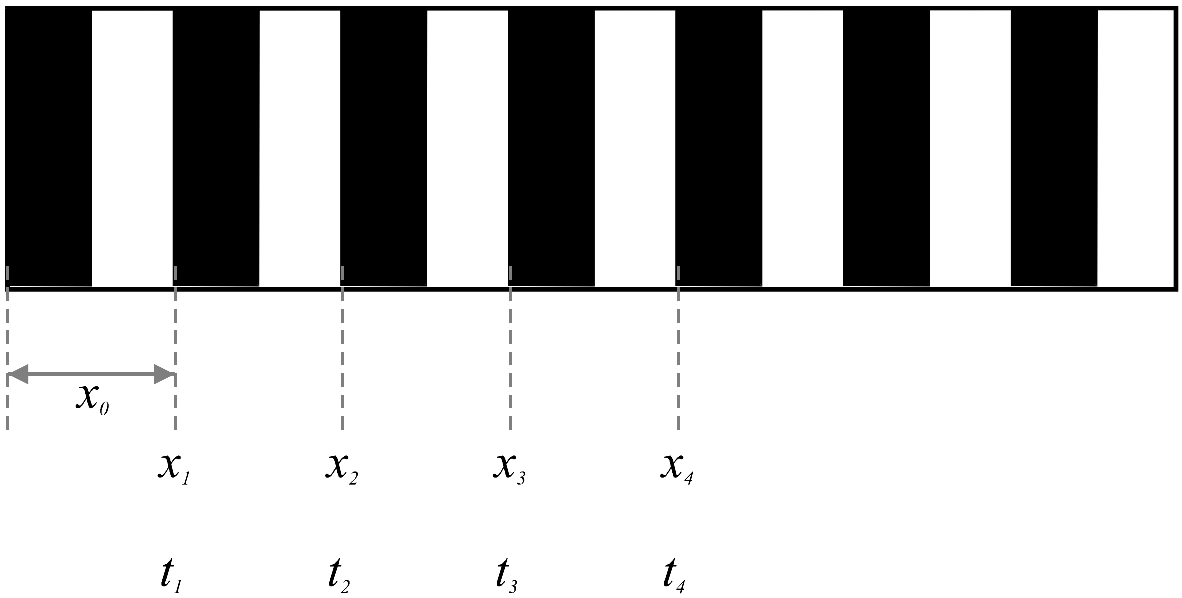

Figura xx.3 "Cebra" construida de plástica o acrílico transparente, con franjas ocurras equiespaciadas, la distancia entre dos franjas oscuras consecutivas es x_0.

Sugerencias de trabajo:

- ✓ De acuerdo con sus conocimientos, describa el tipo de movimiento que espera realizará la cebra en su caída.
- ✓ Estudie las características del funcionamiento del fotointerruptor cuando pasa la placa por el fotointerruptor. Para ello haga pasar a la placa lentamente entre los brazos del fotointerruptor y describa detalladamente a qué están asociados los tiempos que está midiendo.
- ✓ Determine el período espacial x_0 del dispositivo y las distancias x_1, x_2,... todas con sus respectivas incertidumbres. Para poder determinar los tiempos t_1, t_2,…, etc., o bien algún intervalo equivalente, como (t_2 - t_1), (t_3 - t_2), …..
- ✓ Deje caer la cebra mientras el programa mide los tiempos relevantes de este experimento. Represente gráficamente la variación de la distancia recorrida por la cebra en función del tiempo, es decir x_i en función de t_i. De estos datos calcule la velocidad de la cebra en función del tiempo. ¿Qué puede decir sobre el tipo de movimiento (uniforme, uniformemente acelerado, etc.) que describe en su caída este cuerpo? ¿Está de acuerdo esta observación con sus expectativas teóricas?
- ✓ Cuelgue de la cebra pesos de distintos valores y analice el movimiento del conjunto en caída libre. Una manera simple de lograr este fin, consiste en colgar de la cebra, un recipiente de plástico, por ejemplo un embace vacío de yogurt bebible. Dentro del embace se colocan piedras que aumentan su peso, sin modificar la forma del sistema que cae. Represente gráficamente la aceleración en función de la masa del conjunto. ¿Aprecia alguna correlación entre ambas magnitudes? ¿Puede concluir si la aceleración depende o no de la masa del cuerpo que cae?

- ✓ Del análisis de la aceleración como función de la masa, discuta con cual de los paradigmas se comparan mejor sus resultados, el de Aristóteles o el de Galileo y Newton.

Proyecto 14. *Determinación de g*

Equipamiento recomendado: Una placa de plástico o acrílico transparente con franjas oscuras equiespaciada (cebra). Un fotointerruptor conectado a una computadora.

En este proyecto nos proponemos determinar la aceleración de la gravedad, *g*, y su incertidumbre.

Sugerencias de trabajo:

- Usando la misma cebra plástica usada en la actividad anterior, construya gráficos de

  - ✓ velocidad en función del tiempo *v(t)*
  - ✓ espacio en función del tiempo, *x(t)*

A partir de estos gráficos *x(t)* y *v(t)* determine el valor de la aceleración de la gravedad, *g*, y las respectivas incertidumbres. Compare el valor de *g* obtenido del gráfico *x(t)* con el valor de *g* obtenido del grafico *v(t)*. ¿Son consistentes estos dos valores de *g*? Discuta sus resultados.

Precauciones en el Análisis

Un aspecto importante a tener en cuenta en este experimento, es que la velocidad que se determina para cada período espacial de la cebra, es una *velocidad media* para este intervalo. La cuestión es la elección del tiempo que se le asigna a esta velocidad. Al final del *n-período* espacial, la cebra plástica habrá caído una distancia x_n. El tiempo que empleó en recorrer esta distancia, desde el inicio de la primera banda oscura, será:

$$t_n = t_{n-1} + \Delta t_n \qquad \text{(xx.2)}$$

donde $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ es el intervalo de tiempo medido con el fotointerruptor que corresponde al tiempo de paso del *n*-ésimo intervalo espacial. Esto se ilustra esquemáticamente en la Fig. xx.4. Por lo tanto es razonable representar gráficamente x_n en función de t_n y a partir de un ajuste de los datos, mediante un polinomio de segundo orden ($x=x_0+v_0.t+g.t^2/2$), obtener la aceleración *g* a partir del ajuste. Sin embargo *no es correcto* hacer lo mismo del gráfico $v_n(t_n)$. Esto es así debido a que v_n es la velocidad media en el *n*-ésimo intervalo y, por consiguiente, debe asociarse a un valor de tiempo intermedio t^c_n, definido como:

$$t_n^c = \frac{t_n + t_{n-1}}{2} \tag{xx.3}$$

y no al tiempo t_n, que está asociado al intervalo en que finaliza el n-ésimo recorrido espacial.

Para intentar aclarar este argumento, imaginemos por un momento que el movimiento de la cebra se realiza con aceleración constante a. La ecuación que describe la velocidad de la cebra en función del tiempo es: $v(t_i)=v_0+a.t_i$. Por lo tanto la velocidad media en el intervalo t_{n-1} a t_n será:

$$\bar{v}_n = \frac{1}{2}(v_n + v_{n-1}) = \frac{1}{2}(2v_0 + a(t_n + t_{n-1})) = v_0 + a\frac{(t_n + t_{n-1})}{2} = v_0 + a \cdot t_n^c$$

En definitiva, los gráficos de $x_n(t_n)$ y $v_n(t_n^c)$ son equivalentes. Una discusión más detallada de este aspecto puede encontrarse en las referencias [6 y 7].

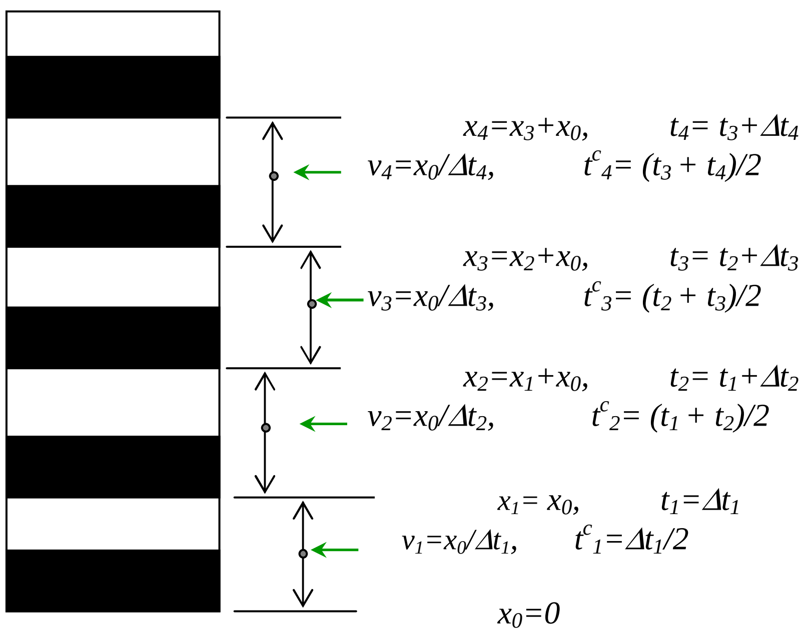

Figura xx.4 Esquema de corrección de los tiempos asignados a cada intervalo.

Si los intervalos de tiempos fuesen todos iguales, el valor de la pendiente de los gráficos de v_n en función de t^c_n y de v_n en función de t_n serían los mismos pero, dado que el movimiento no es uniforme, esta hipótesis no se cumple. Usando sus datos compare los resultados de g llevando a cabo ambos tipos de análisis.

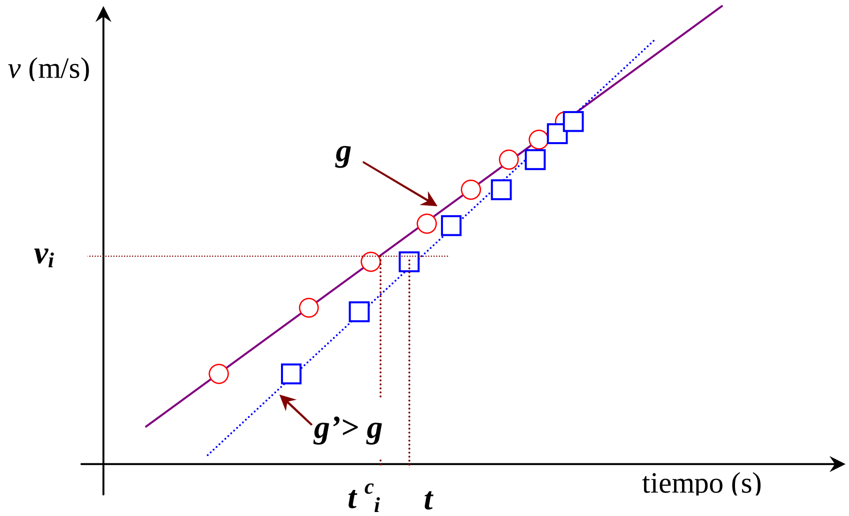

Figura xx.5 Gráfico esquemático que ilustra la variación de la pendiente de la función *v(t)* al representar v_i en función de t^c_i (cuadrados) y v_i en función de t_i (círculos). Es claro que para este último caso se obtiene una pendiente *g'* mayor que el mejor valor obtenido de un análisis más adecuado.

A partir de sus mediciones, construya un grafico de aceleración de caída de cuerpos de distinto pesos, use al menos 4 o 5 pesos diferentes. A partir de este gráficos,

- ✓ ¿Qué puede decir acerca de la variación de la aceleración de caída, respecto del peso de los cuerpos?
- ✓ ¿Qué puede decir a cerca del tiempo de caída de los cuerpos de distinto pesos a partir de una dada altura?
- ✓ ¿Evalúe y discuta las implicancias de este experimento en relación con las hipótesis subyacentes a los paradigmas de Galileo y Aristóteles?
- ✓ Explicite sus conclusiones.

Preguntas de evaluación

- ✓ ¿La aceleración de caída de un cuerpo depende de la masa del objeto que cae? ¿Por qué este resultado es contradictorio con la física Aristotélica? ¿Y con la física de Galileo y Newton?
- ✓ ¿Cómo se comparan los valores de *g* encontrados con el experimento del péndulo y con el de caída libre? ¿Cuál tiene menor error?

Proyecto 15. *Conservación de la energía*

Equipamiento recomendado: Una placa de plástico o acrílico transparente con franjas oscuras equiespaciada (cebra). Un fotointerruptor conectado a una computadora.

En este experimento deseamos estudiar la conservación de energía mecánica en la caída libre de un cuerpo.

Uno de los principios más generales de la física es el principio de conservación de la energía.[2,3] En su forma más general, esta ley de conservación se conoce como el primer principio de la termodinámica. El objetivo de este experimento es poner a prueba su validez en un proceso mecánico simple, la caída libre de un cuerpo.

El cambio de energía potencial gravitatoria que sufre un cuerpo de masa *m* al elevarlo una altura Δy viene dado por[2,3]:

$$\Delta E_P = m\, g\, \Delta y \tag{xx.4}$$

donde *g* es el valor de la aceleración de la gravedad. Por otro lado, la energía cinética de un cuerpo de masa *m* que se mueve a la velocidad *v* viene dado por:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 . \tag{xx.5}$$

De modo que si un cuerpo cae desde una cierta altura, el mismo va perdiendo energía potencia, como el movimiento de caída libre es acelerado, ocurrirá también que la energía cinética aumenta. La cuestión que deseamos investigar es que ocurre con el valor combinado de ambas formas de energía. A la suma de la energía cinética más potencial la designamos como energía mecánica, $E_{mec} = E_c + E_p$.

Para poder realizar este experimento en forma cuantitativa, debemos medir simultáneamente la altura del cuerpo (o su variación de altura Δy) y su velocidad (o variación de velocidad Δv).

Actividad

Un modo de poder medir simultáneamente la velocidad *v* y posición (altura *y*) de un cuerpo que cae, es usar una cebra de plástico como la que se muestra en la Fig. xx.6.

La masa *M* del sistema esta formada por la cebra y el peso que se le agrega. Dicho valor pude conocerse por pesada directa. La distancia entre dos franjas oscuras consecutivas, x_0, puede conocerse por medición directa. Usando un fotointerruptor es posible medir la velocidad media en cada sección de la cebra. Asimismo, usando el valor medido de x_0, podemos determinar los valores de $y_1, y_2,...y_n$ de la cebra. Como se discutió en la sección anterior, la velocidad media, $\bar{v}_n$, debemos asociarla a la coordenada $z_n = (y_n + y_{n-1}) / 2$. Si suponemos que la energía mecánica se conserva, que es la hipótesis a ser falseada en este experimento, tenemos que:

$$\Delta E_{mec} = \Delta E_p + \Delta E_c = 0 \tag{xx.6}$$

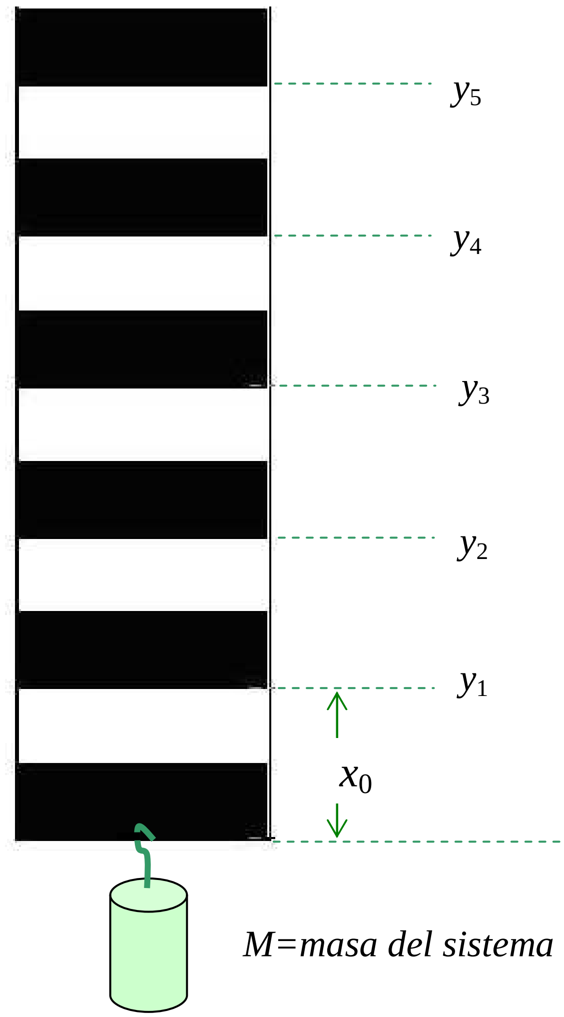

Figura xx.6 "Cebra" plástica para el experimento de caída libre.

o sea

$$\frac{1}{2} M\ \overline{v}_1^2 + M\ z_1\ g = \frac{1}{2} M\ \overline{v}_n^2 + M\ z_n\ g \qquad \text{(xx.7)}$$

donde el subíndice 1 se refiere al primer intervalo y n a cualquier otro. Por lo tanto, (xx.7) implica que:

$$\frac{1}{2}\overline{v}_1^2 + z_1\ g = \frac{1}{2}\overline{v}_n^2 + z_n\ g = A = \text{constante} \qquad \text{(xx.8)}$$

Así, la hipótesis que la energía mecánica se conserva, nos conduce a:

$$\overline{v}_n^2 = A - 2g\ z_n\,. \qquad \text{(xx.9)}$$

Si graficamos los valores medidos $\overline{v}_n^2$ en función de z_n, deberíamos obtener una recta de pendiente negativa e igual a $2g$, e independientemente de la masa del sistema. Esto nos da un criterio para falsear la hipótesis y analizar si la energía mecánica se conserva o no en el proceso de caída libre. Es decir, hemos reducido la hipótesis de conservación de la energía a ensayar si $\bar{v}_n^2$ en función de z_n es lineal con pendiente $2g$ o no.

Sugerencias de trabajo:

- ✓ Usando el dispositivo de la Figura xx.6 y un fotointerruptor para medir tiempos, estudie el movimiento de la cebra colgando distintos pesos.
- ✓ Para cada masa usada, represente gráficamente los valores experimentales valores medidos $\bar{v}_n^2$ en función de z_n. ¿Qué concluye de este gráfico a cerca de la conservación de la energía?

Anexo A: Ecuación de movimiento del péndulo simple

Si suponemos que el roce de péndulo simple es despreciable, aplicando al sistema ilustrado en la Fig. xx.7 el principio de conservación de energía mecánica, tenemos:

$$E_{Total} = \frac{1}{2} m v^2 + mgh = mgh_0 \ , \qquad \text{(xx.10)}$$

donde suponemos que h_0 representa la altura máxima que alcanza el péndulo en su movimiento y está asociada al ángulo máximo θ_0 por: $h_0 = l\,(1\text{-}\cos\theta_0)$. Además, tenemos la siguiente relación entre la velocidad del bulbo v y la velocidad angular $\omega = d\theta/dt$: $v = l\, d\theta/dt$.

$$h = l(1 - \cos\theta)$$

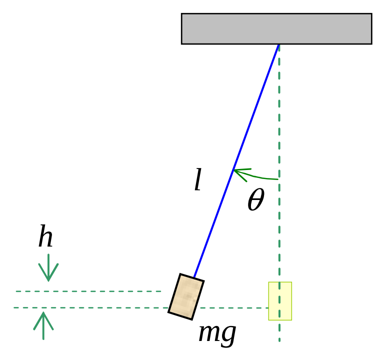

Figura xx.7 Diagrama esquemático de un péndulo simple. *q* es la amplitud de la oscilación y *h* la altura del centro de masa del cuerpo que cuelga medida desde su posición más baja (posición de equilibrio estable).

De la Ec. (xx.10) tenemos;

$$v^2 = l^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = g\,(h_0 - h) = g\,l\,(\cos\theta_0 - \cos\theta) \ . \qquad \text{(xx.11)}$$

Si derivamos esta ecuación respecto del tiempo:

$$2l^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\frac{d^2\theta}{dt^2}=g\,l\,(-\mathrm{sen}\theta)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\,, \tag{xx.12}$$

o sea:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{g}{l}\,\mathrm{sen}\theta=-\omega_0^2\,\mathrm{sen}\theta\ . \tag{xx.13}$$

Aquí hemos definido el parámetro $\omega_0^2=g/l$. Esta es la ecuación general de un péndulo simple. Como se ve, la presencia de $\mathrm{sen}\theta$ hace que esta ecuación diferencial sea no lineal. Si embargo, si las amplitudes del péndulo son pequeñas, es decir si la aproximación $\mathrm{sen}\theta\approx\theta$ es válida, entonces la Ec. (xx.13) se convierte en:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\omega_0^2\theta\ , \tag{xx.14}$$

que es lineal y dice que la función $\theta(t)$ que buscamos es una función tal que al derivarla dos veces nos da la misma función cambiada de signo multiplicada por el factor ω_0^2. Las funciones que cumplen este requisito son las funciones sinusoidales. Por lo tanto, la solución de la Ec. (xx.14) es:

$$\theta(t)=A\cdot\sin(\omega_0 t+\phi)\,, \tag{xx.15}$$

donde A y ϕ son dos constantes que dependen de las condiciones iniciales, es decir de los valores de θ *y* $d\theta/dt$ en el instante t = 0. Por otro lado, vemos que después de un cierto tiempo T, llamado el período, la elongación repite su valor, es decir:

$$\theta(t+T)=\theta(t) \tag{xx.16}$$

$$A\,\mathrm{sen}[\omega_0(t+T)+\phi]=A\,\mathrm{sen}[\omega_0 t+\omega_0 T+\phi]=A\,\mathrm{sen}[\omega_0 t+\phi]\,, \tag{xx.17}$$

se deduce que: $\omega_0 T=2\pi$ y el período viene dado por:

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{l/g}\ , \tag{xx.18}$$

donde hemos sustituido ω_0 por su valor $\omega_0=\sqrt{g/l}$. Nótese que, de acuerdo con las leyes de la mecánica, para pequeñas amplitudes, el período del péndulo simple debería depender de $l^{1/2}$ y no debería depender de su masa (masa del bulbo) en la medida que el hilo sea inextensible. Estas dos predicciones pueden ponerse a prueba con el experimento propuesto.

Referencias

[1] Vernier Software & Technology – Oregon, USA www.vernier.com/probes/vpg-btd.html , Pasco, Cal. USA www.pasco.com

[2] G. Wilson, Física, Prentice Hall, México, 1997.

[3] D. Giancoli, Física: Principios y aplicaciones, Prentice Hall, México, 1997

[4] O. Lombardi, "Comparación entre la Física Aristotélica y la Mecánica Clásica", Educación en Ciencias 1 (3), 62-70, 1997. Revista de la Universidad Nacional de San Martín, Buenos Aires, Argentina.

[5] S. Gil y E. Rodríguez, *Física re-Creativa: Experimentos de física usando nuevas tecnologías*, Prentice Hall, Buenos Aires, 2001.

[6] W.J. Leonard, "Danger of automated data analysis" Phys. Teach. 35, 220, 1997.

[7] J. Wolbeck, "Instantaneous Velocity Using Photogate Timers" Phys. Teach. 48(4), 262, 2010.

Índice Alfabético

Marcadores	**Nombre Marcador**
Fotointerruptor	Fotointerruptor
péndulo simple	Pendulous
péndulo simple	pendulos1
caída libre	Caidal
física aristótelica	Aristoteles
Conservación de la energía	conservacionE