

Actividad VI.59 – Dinámica relativista - Colisiones de fotones y electrones - Efecto Compton

Objetivo

Estudio experimental de los modelos clásicos y relativistas para la interacción de rayos gama con electrones libres. Determinación experimental de la masa en reposo del electrón. Cinemática relativista del electrón. Efecto Compton. Análisis de los espectros de radiación gama obtenidos con analizadores multicanales.

Introducción

El efecto Compton

El efecto fotoeléctrico es la absorción completa de un fotón por parte de un electrón, que absorbe toda la energía y el momento del fotón. Este proceso no puede ocurrir con electrones libres, la conservación de la energía y el momento lo impiden. De modo que cuando un fotón interactúa con un electrón libre, para que se conserve la energía y el momento en la interacción, en el estado final se debe tener un electrón y un nuevo fotón entre los cuales se reparten la energía y el momento del fotón incidente. Este proceso de interacción de un fotón con un electrón se denomina *efecto Compton*. Este efecto también se produce con electrones cuasi-libre, o sea con aquellos que tienen una energía de ligadura al átomo mucho menor que la energía del fotón incidente. El diagrama de la Fig. 59.1 representa este proceso.

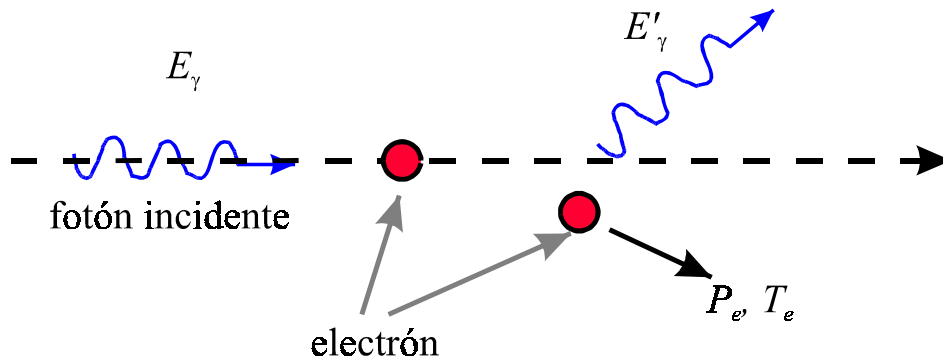


Figura 59.1 Esquema de una interacción Compton.

Llamaremos P_e y T al momento y energía cinética del electrón después de la interacción. Designamos con E_γ la energía del fotón incidente y con $E'_\gamma(\theta)$ la energía del fotón después de la interacción, que suponemos sale en una dirección que forma un ángulo θ con la dirección del fotón incidente.

Para el caso particular de una colisión unidimensional, es decir para el caso en que $\theta=180^\circ$, de la conservación del momento y energía es fácil demostrar que:

$$P_e \cdot c = 2E_\gamma - T \quad (59.1)$$

En esta relación c es la velocidad de la luz (en el vacío) y es válida tanto relativísticamente como clásicamente. Demuestre la validez de esta última afirmación y obtenga la Ec.(59.1). En lo que sigue, supondremos que estamos considerando el caso de una colisión unidimensional, a menos que explícitamente se indique lo contrario.

La conexión clásica entre energía y momento es:

$$T = \frac{P_e^2}{2 \cdot m_{nr}} \quad (59.2)$$

Aquí m_{nr} es la masa no relativista del electrón y T es su energía cinética. Combinando (59.1) y (59.2) tenemos:

$$m_{nr} \cdot c^2 = \frac{(2 \cdot E_\gamma - T)^2}{2 \cdot T}. \quad (59.3)$$

Esta expresión permite obtener la masa no relativista del electrón en la aproximación clásica, en términos de la energía del fotón incidente E_γ y la energía cinética T de los electrones después de una interacción Compton. La correspondiente expresión relativista entre el momento y la energía cinética es:

$$T = E_e - m_e \cdot c^2 = \sqrt{P_e^2 \cdot c^4 + m_e^2 \cdot c^4} - m_e \cdot c^2 \quad (59.4)$$

donde m_e es la masa en reposo del electrón. En esta expresión, E_e es la energía total del electrón. Si combinamos las expresiones (59.1) y (59.4) obtenemos la siguiente expresión para la masa en reposo del electrón:

$$m_e \cdot c^2 = \frac{2 \cdot E_\gamma \cdot (E_\gamma - T)}{T}. \quad (5)$$

Esta ecuación es la expresión relativista análoga a la expresión clásica (59.3).

Los parámetros relativistas: $\beta = v/c$, $\gamma = 1/(1-\beta^2)^{1/2}$ y $E_e = (p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4)^{1/2}$ pueden escribirse en término de los parámetros T y E_γ como:

$$\beta = \frac{T \cdot (2 \cdot E_\gamma - T)}{T^2 - 2 \cdot E_\gamma \cdot T + 2 \cdot E_\gamma^2} \quad (59.6)$$

$$\gamma = 1 + \frac{T^2}{2E_\gamma \cdot (E_\gamma - T)} \quad (59.7)$$

$$E_e = \frac{T^2 - 2E_\gamma \cdot T + 2E_\gamma^2}{T} \quad (59.8)$$

Obtenga las expresiones (59.4), (59.5) y (59.6) y discuta si estas relaciones son válidas clásicamente y/o relativísticamente.

Mecanismos de interacción de fotones en un detector de rayos gama

Existen diversos tipos de detectores de radiación gama, siendo los más difundidos los detectores de centelleo y los de estado sólido. Entre los primeros podemos mencionar los detectores de NaI(Tl),^[3,4] que consisten en un cristal de NaI dopado con Tl asociado a un tubo fotomultiplicador. Cuando un fotón interactúa con el material del detector, su energía se degrada (total o parcialmente) dentro del material, dando como resultado final que algunos átomos queden en estados excitados. A su vez, cuando estos átomos decaen, emiten fotones visibles, cuyo número es proporcional a la energía depositada en el cristal. El tubo fotomultiplicador (PMT) detecta estos fotones y genera un pulso de altura proporcional al número de fotones detectados. Así resulta que dicho pulso de tensión tiene una altura que es proporcional a la energía del fotón depositada en el cristal.

En los detectores de estado sólido, por ejemplo los de Germanio hiperpuro, Ge(Hp),^[3] la energía del fotón incidente se transforma en la creación de pares de electrones y huecos dentro del cristal que forma el detector. Un campo eléctrico presente en el detector colecta estas cargas que generan un pulso de corriente en el circuito externo del detector. Como el número de pares electrón-hueco es proporcional

a la energía del fotón incidente, el pulso de corriente (carga colectada) también es proporcional a la energía del fotón. Un preamplificador convierte la señal de la carga colectada en un pulso de tensión.

Cualquiera que sea el detector, existen algunos mecanismos de interacción comunes a todos ellos. Cuando la radiación equis (X) o gama (γ) interactúa con los átomos de un detector o cualquier material, lo hace a través de los siguientes mecanismos^[3,4]:

- **Efecto fotoeléctrico:** ocurre cuando el fotón incidente entrega toda su energía a un electrón ligado a un átomo. El electrón eyectado adquiere una energía igual a la del fotón incidente, menos la energía de ligadura al átomo.
- **Efecto Compton:** aquí tenemos en el estado final un electrón libre y otro fotón, entre ambas partículas se reparten la energía del fotón incidente.
- **Creación de pares** (si $E_\gamma > 1022 \text{ KeV}$): en este caso, la energía del fotón incidente se emplea en generar un par electrón-positrón, que se reparten entre sí la energía y el momento del fotón incidente.

En estas interacciones la energía de los fotones se degrada dentro del detector en distintos tipos de excitaciones del material que forma el detector. En los centelladores, como ya se dijo, la energía de los fotones incidentes se invierte en producir una cierta cantidad de fotones ópticos, cuyo número es proporcional a la energía del fotón incidente. En los centelladores, los fotones visibles inciden sobre el fotocátodo de un tubo fotomultiplicador (PMT). En el fotocátodo, cada fotón visible que incide produce la emisión de electrones por efecto fotoeléctrico. Estos son acelerados y dirigidos hacia una serie de electrodos (dínodos).^[3] Al chocar los electrones contra los dínodos, se producen más electrones por emisión secundaria. El número ν de electrones expulsados por cada colisión varía según la tensión aplicada a los dínodos (usualmente de 5 a 10). Estos electrones son nuevamente acelerados y dirigidos hacia otros electrodos, consiguiéndose así un efecto multiplicador. De esta forma la salida del fotomultiplicador entrega un pulso de tensión cuya amplitud es proporcional a la energía del rayo gama original.

A continuación del detector (ya sea de estado sólido o de centelleo) se usa un amplificador espectroscópico, que amplifica y conforma los pulsos del detector, para su análisis en el sistema de adquisición de datos.

El sistema de adquisición de datos más usado es un analizador de altura de pulsos asociado a un conversor analógico digital. Con este dispositivo electrónico son digitalizados los pulsos cuyas alturas tienen la información de la energía depositada en el detector. Estas señales digitalizadas son seguidamente tomadas por un multicanal que realiza un análisis de la altura del pulso y la convierte en un número (canal). En esta última etapa se generan un histograma del número de cuentas en función del canal. De este modo, es frecuente que el número de canal sea proporcional a las alturas de los pulsos, es decir a la energía de los rayos γ o rayos X. Una descripción más detallada de los diversos componentes del dispositivo experimental puede hallarse en la bibliografía.^[3]

En la Fig. 59.2 se puede observar un espectro típico de rayos gama, obtenido con un detector de estado sólido. Los espectros que resultan de un detector de centelleo son en esencia similares, excepto que la resolución de los picos no es tan buena como la ilustrada en la Fig. 59.2.

Las principales características de un espectro gama son: el fotopico (corresponde al caso en que toda la energía del fotón incidente queda en el detector), y una planicie o meseta Compton. Esta planicie se debe a que, a menudo, cuando ocurre una interacción Compton, el electrón deja toda su energía en el detector, mientras que el fotón producido en la interacción se escapa del mismo, como se ilustra en la Fig. 59.3. Por esta razón la planicie siempre aparece a energías menores que el fotopico. La relación entre la importancia relativa de la meseta Compton y el fotopico depende entre otros factores del tamaño del detector. Cuando más grande sea el tamaño del detector, menor será la probabilidad de escape de los fotones secundarios y menor será la magnitud de la meseta Compton respecto del fotopico. El continuo de la meseta se debe a que la energía de los electrones eyectados por la interacción varía según sea el ángulo en que sale el fotón secundario. En particular, si el fotón secundario escapa a $\theta = 180^\circ$ de la

dirección incidente, el electrón eyectado tendrá la máxima energía posible en este tipo de interacción. En otras palabras, el valor de energía máxima de la meseta Compton, llamada borde o canto Compton, está asociado a la energía máxima impartida a un electrón en una interacción Compton. La razón por la que el canto Compton no es abrupto, está asociado en parte al hecho de que los electrones del detector no están libres y a las limitaciones de resolución del detector. La presencia de cuentas entre el borde Compton y el fotopico está asociada a la posibilidad de que los fotones producidos en una interacción Compton realicen una segunda o tercera colisión Compton en el detector, Fig.59.3. Una discusión más detallada de los distintos tipos de interacciones que ocurren en los detectores de rayos gama puede encontrarse en la Ref.[3].

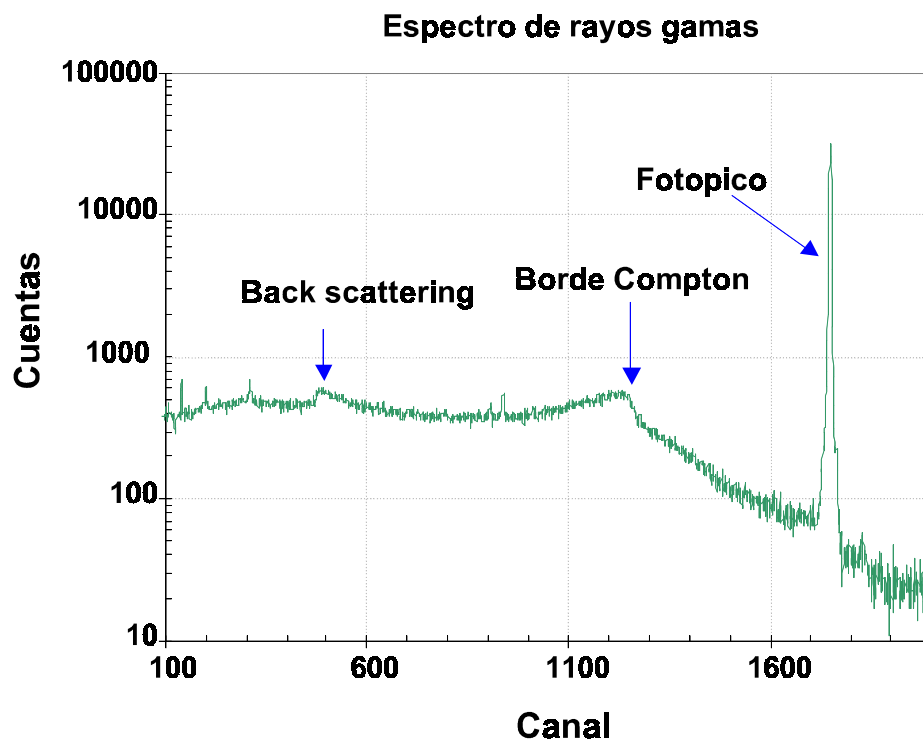


Figura 59.2 Espectro típico de rayos gama. Este caso corresponde a una fuente monoenergética, obtenida usando un detector de estado sólido Ge(Hp). Además del pico principal (fotopico) se observan dos características conspicuas, el borde Compton, que corresponde a la máxima energía de los electrones en una colisión frontal con los fotones incidentes y el pico de *back-scattering*, que corresponde a la energía de los fotones que son retrodispersados en el medio circundante y reingresan al detector. La escala vertical de este espectro es logarítmica.

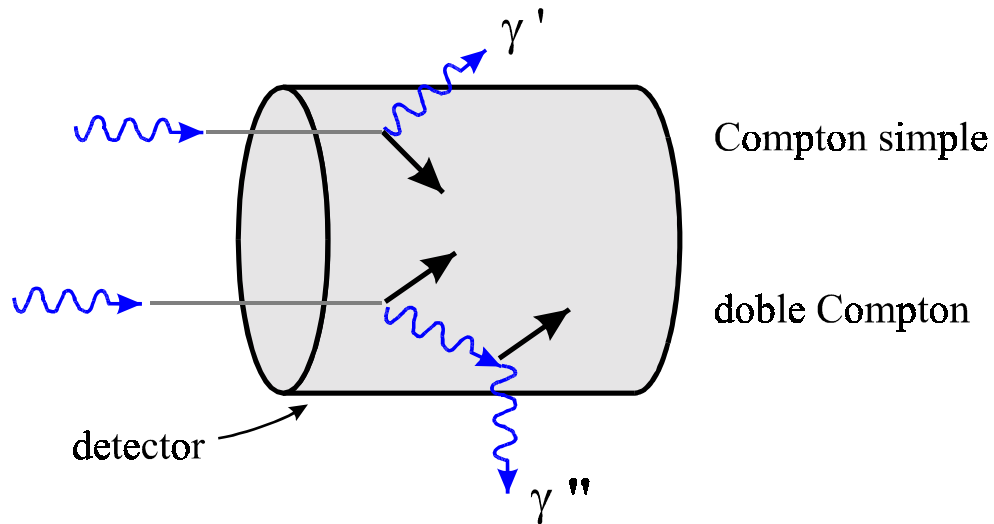


Figura 59.3 Ilustración esquemática del origen de la meseta Compton (Compton simple) y del doble Compton. En todos los casos la energía de los electrones queda en el detector. En el primer caso el rayo gamma (γ') se escapa del cristal, en el segundo caso el rayo γ'' no es detectado.

De la discusión anterior, podemos concluir que del estudio de los espectros de rayos gama obtenidos usando detectores de estado sólido o centelladores, podemos estudiar la cinemática y dinámica de la interacción de los fotones con los electrones del detector. Más específicamente, la energía de fotopico del espectro de rayos gama está asociada a la energía de los fotones incidentes (E_γ), mientras que la energía asociada al borde Compton es la energía máxima de los electrones eyectados en la interacción, o sea, la energía de los electrones que realizan una colisión unidimensional con los fotones incidentes y que en la ecuación (59.1) designamos con T . De este modo, el experimento que nos proponemos realizar consiste en estudiar experimentalmente la relación ente E_γ y T . Finalmente nos proponemos comparar nuestros resultados con las expectativas clásicas y relativistas para la dinámica del electrón eyectado.

Proyecto - Estudio experimental de la colisión fotón–electrón - Efecto Compton

Equipamiento recomendado: Un detector de radiación gama asociado a un sistema de adquisición de datos. Fuentes radioactivas de pocas líneas pero que cubran un amplio espectro de energía (100 KeV a 1.3 MeV aproximadamente). Si no dispone de estos equipos puede utilizar espectros ya obtenidos (ver la Nota al final de esta actividad).

Utilizaremos el dispositivo experimental esquematizado en la Fig. 59.4 y un conjunto de fuentes de radiación gama, de modo de cubrir un rango de energía lo más amplio posible (100 KeV a 1.3 MeV aproximadamente) y trataremos de obtener los espectros de rayos gama de dichas fuentes con el detector. A partir de estas mediciones, estudiaremos las características básicas del efecto Compton y las relaciones entre energía, momento y masa del electrón discutidas previamente. Es conveniente que las fuentes sean, o bien monoenergéticas, o bien que presenten pocos picos. Las fuentes de ^{57}Co , ^{52}Cr , ^{22}Na , ^{60}Co , ^{198}Au , ^{133}Ba , ^{137}Cs , ^{207}Bi son adecuadas. Asegúrese que las fuentes elegidas cubran un rango de energías de fotones entre unos 100 KeV a 1.3 MeV aproximadamente. Este rango posibilita que los electrones que colisionan frontalmente salgan con energías cinéticas mucho menores y mucho mayores que su masa en reposo ($m_e.c^2 \approx 511 \text{ KeV}$).

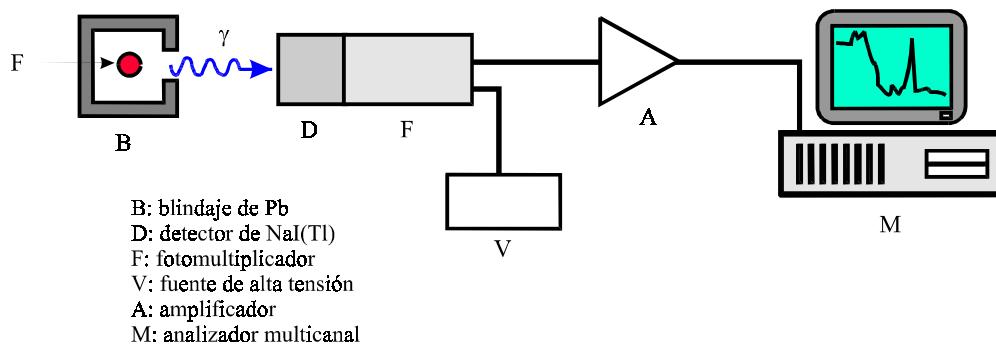


Figura 59.4 Esquema del dispositivo experimental para obtener espectros de rayos gama. Fuente se refiere a la fuente radiactiva que produce los rayos gama. PMT es el tubo fotomultiplicador de detector de rayos gama NaI(Tl). El amplificador, conforma el pulso de salida del detector y lo amplifica. En este caso se supone que el analizador multicanal está asociado a una PC, situación usual pero no imprescindible.

Nota sobre seguridad: Consulte con su instructor sobre las precauciones a tener en cuenta con el manejo del dispositivo experimental (fuentes de alta tensión, fuentes radiactivas, etc.). No aplique tensión al detector ni conecte nada al multicanal hasta que un instructor revise su circuito electrónico. Tenga precaución con el manejo de las fuentes radioactivas y después de su uso colóquelas en los contenedores de plomo correspondientes. Consulte el Apéndice J.

Desarrollo del experimento

Si en su laboratorio dispone de detectores de rayos gama, arme un dispositivo similar al descrito en la Fig. 59.4 para detectar rayos gama de fuentes radiactivas, teniendo las precauciones descritas antes y las que sus instructores le recomienden. Si no dispone de este tipo de instrumentos puede usar espectros ya obtenidos (ver la Nota al final de esta actividad).

- **Calibración del multicanal:** Una vez adquiridos los espectros de las fuentes radiactivas y conociendo las energías de los fotones que emiten las fuentes^[2,3], realizamos una calibración en energía del sistema de adquisición utilizado. Es decir, construimos un gráfico de energía de los fotones en función del canal en el que se presentan los centroides de los fotopicos. Este gráfico constituye la curva de calibración en energía del sistema espectroscópico. Con esta curva es posible determinar en lo sucesivo la energía asociada a cada canal del sistema espectroscópico.

- Para cada rayo gama, determine la posición del borde Compton. Una técnica de ubicación^[1,3] de dicho borde consiste en tomar la posición intermedia entre el máximo y el mínimo del borde. Discuta brevemente el criterio usado para caracterizar el valor de T . En las Refs.[1,5,6] se presentan análisis detallados sobre como caracterizar la posición del

borde Compton. Usando la técnica descrita aquí u otra que considere adecuada, determine el valor de T para cada fotón de energía E_γ .

- Realice un gráfico de energía del canto Compton (T) en función de la energía del rayo gama E_γ correspondiente (fotopico).

- Usando sus datos de E_γ y T , represente gráficamente:
 - ✓ $m_e \cdot c^2$ en función de T .
 - ✓ $m_{nr} \cdot c^2$ en función de T .
 - ✓ p_e en función de β .
 - ✓ γ en función de β .
 - ✓ Compare sus resultados experimentales con las expectativas teóricas (59.3) y (59.5). ¿Qué conclusiones obtiene de los tres últimos gráficos?

- Discuta la validez de las aproximaciones clásica y relativista para interpretar sus resultados.

Bibliografía

1. P.L. Jolivette and N Rouze “Compton Scattering, the electron mass, and relativity: A laboratory experiment”, *Am. J. Phys.* 62, 266 (1994).

2. C.M. Lederer *et al.*, *Table of Isotopes*, 7th ed. (John Wiley & Sons, New York, 1978); Lederer, Hollander y Perlman, *Table of Radioisotopes*, 6th ed. (John Wiley & Sons Inc., New York, 1967). En Internet:
<http://nucleardata.nuclear.lu.se/nucleardata/toi/>
<http://nucleardata.nuclear.lu.se/nucleardata/toi/index.asp>

3. Glenn F. Knoll, *Radiation detection and measurements*, 2nd ed. (John Wiley & Sons Inc., New York, 1989).
4. R.D. Evans, *The Atomic Nucleus* (McGraw-Hill Book Co., New York, 1955).
5. M.C. Lee, K.Veghese, and R.P. Garner, *Nucl. Inst. & Meth.* **A262**, 430 (1987).
6. D. E. Di Gregorio, S. Gil, H. Huck, E. R. Batista, A. M. J. Ferrero and O. Gattone, "Search for a neutrino mass component in the internal bremsstrahlung of ⁷¹Ge," *Phys. Rev.* **C47**, 2916 (1993).

Nota

En www.fisicarecreativa.com, en la sección de datos experimentales, encontrará datos de espectros que son útiles para este experimento. Estos espectros fueron obtenidos con un dispositivo experimental similar al de la Fig. 59.4 usando detectores de estado sólido.