

Circuitos RLC forzados en serie y paralelo

Mariela Josebachuili y Pía Zurita

e-mail: mariejoseba@gmail.com y megamitemis@yahoo.com.ar

Laboratorio 3 - Cátedra Dr. S. Gil

Facultad de Cs. Exactas y Naturales - Universidad de Buenos Aires

2do cuatrimestre 2005

En este informe se estudia la respuesta de dos circuitos RLC diferentes cuando sometidos a una tensión senoidal. En ambos casos se analizan las condiciones de resonancia, observándose la respuesta a las variaciones de frecuencia. Así se compara en cada caso los resultados experimentales con los esperados a partir de la teoría conocida de circuitos.

INTRODUCCIÓN

Para el estudio de los circuitos RLC forzados proponemos dos configuraciones diferentes (Figuras 1 y 2). En ambos casos se analizará la respuesta en frecuencia. Dichos circuitos están sometidos a una fuente de tensión externa de tipo senoidal ($V(t)$), que escribimos usando notación compleja como:

$$V(t) = V_0 e^{j\omega t} \quad (1)$$

Para la Figura 1 (RLC serie), según la ley de mallas de Kirchoff, podemos caracterizar nuestro circuito como:

$$L \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + R \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{q}{C} = 0 \quad (2)$$

Donde $R = R_I + R_L$, L la inductancia y C la capacitancia. La carga del capacitor en el instante t es $q(t)$ y la intensidad de corriente que circula por la resistencia es dq/dt . Esta ecuación diferencial puede resolverse proponiendo ecuaciones de tipo exponencial.

Para analizar la respuesta del circuito se emplea la notación compleja. Definimos entonces:

$$Z(\omega) = R + j(L\omega - 1/C\omega) \quad (3)$$

Siendo $Z(\omega)$ la impedancia compleja equivalente. Podemos escribir la expresión de la corriente como:

$$I = \frac{V}{Z(\omega)} \quad (4)$$

Entonces el módulo de la corriente resulta ser el cociente de los valores absolutos

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \quad (5)$$

De estas ecuaciones, se pueden relacionar valores teóricos ($Z(\omega)$) con valores hallados experimentalmente (I_0 y V_0).

Para analizar el circuito RLC paralelo (Figura 2), definimos una función de transferencia $T(\omega)^{(1)}$ tal que

$$V_{\text{salida}} e^{j\omega t} = T(\omega) V_{\text{entrada}} e^{j\omega t} \quad (6)$$

Ahora bien, en nuestro caso

$$T(\omega) = \frac{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) + R_L \cdot C \cdot \omega^2} \cdot e^{j\phi_1}}{\sqrt{(\frac{R_L}{R_0} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) + (R_L \cdot C + \frac{L}{R_0})^2 \cdot \omega^2} \cdot e^{j\phi_2}} \quad (7)$$

De aquí que

$$|T(\omega)| = \frac{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) + R_L^2 \cdot C \cdot \frac{1}{L} \cdot \frac{\omega^2}}{\sqrt{(\frac{R_L}{R_0} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) + (R_L \cdot C + \frac{L}{R_0})^2 \cdot \omega^2}} \quad (8)$$

Nuevamente obtuvimos valores que pueden ser calculados de formas diferentes: a partir de las ecuaciones características del circuito, y de los valores adquiridos experimentalmente.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para poder analizar el circuito RLC serie, armamos el circuito de la Figura 1.

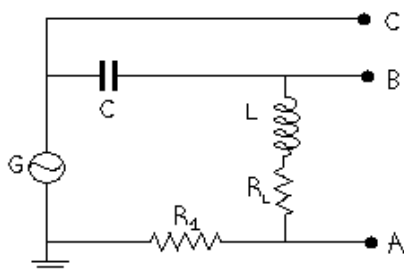


Figura 1. Disposición experimental para el circuito RLC serie.

Registramos entonces la caída de tensión en función del tiempo con un osciloscopio para distintas frecuencias (asegurándonos que la velocidad de muestreo sea mayor a las frecuencias con las que trabajamos) para nuestra fuente (V_C) y la resistencia (V_A). De estos registros extrajimos el valor pico a pico de V_C (V_{GF}) y V_A (V_{RI}), pues lo que nos interesa es la amplitud de estas señales. Luego dividimos el valor de V_{RI} por R_I (99.8Ω), para obtener $2I_0$, donde I_0 es la amplitud de la corriente del circuito. V_{GF} es el doble de V_0 , por lo cual podemos efectuar el cociente entre los módulos de I_0 y V_0 dividiendo $2I_0$ por V_{GF} ; dicho valor corresponde a la inversa del módulo de la impedancia del circuito de la Figura 1, que puede ser calculado a partir de la ecuación (3). Además recogimos los valores de los elementos constitutivos del circuito (a excepción de la capacitancia) empleando un multímetro.

$$L = 0.48 \text{ H}$$

$$R_L = 197.6 \Omega$$

$$R_I = 99.8 \Omega$$

$$C = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

Entonces, a partir de la ecuación (5) quisimos verificar la aplicabilidad de la teoría al caso experimental analizado. Para ello cotejamos los valores de $I_0/V_0(f)$ hallados experimentalmente con el módulo de $1/Z(f)$, calculado a partir de la expresión (3).

Para analizar la respuesta de un circuito RLC paralelo a una excitación senoidal, dispusimos los elementos de la forma esquematizada en la Figura 2.

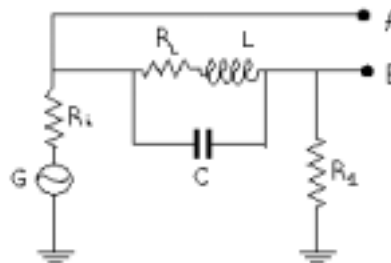


Figura 2. Disposición experimental para el circuito RLC paralelo.

De acuerdo con lo que se indicado en el esquema del dispositivo, registraremos la tensión de entrada (V_A) y la caída de potencial sobre la resistencia R_I (V_B), para luego poder relacionarlas ($|V_B/V_A|$). Según lo deducido de la ecuación (6), este valor coincide con el valor absoluto de la función de transferencia. Variamos entonces la frecuencia en torno a los valores de resonancia (frecuencia natural) y registramos V_B y V_A con un osciloscopio. Para obtener $|T(\omega)|$, utilizamos la ecuación (8) y los siguientes valores (obtenidos todos ellos, exceptuando a C , mediante el uso del multímetro).

$$L = 0.37 \text{ H}$$

$$R_L = 159.8 \Omega$$

$$C = 0.02 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$R_I = 149.8 \Omega$$

$$R_i = 50 \Omega \quad (\text{resistencia interna del generador})$$

PROCESAMIENTO DE DATOS

Como se mencionó con anterioridad se realizó el gráfico de $I_0/V_0(f)$ en función de la frecuencia y se ajustó el mismo con la curva $|1/Z(f)|$ (Figura 3) a fin de compara el modelo teórico con los resultados experimentales.

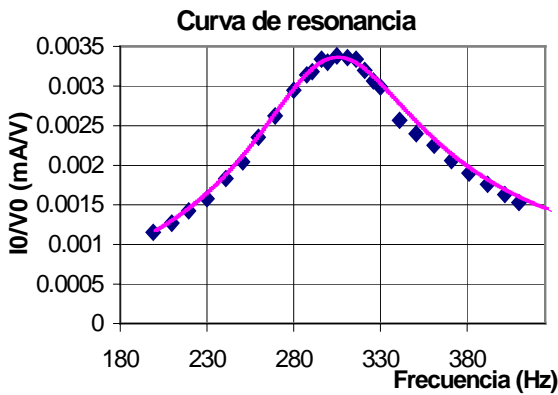


Figura 3. I_0/V_0 y $|1/Z|$ en función de f . Los rombos azules corresponde a las mediciones efectuadas de I_0/V_0 , mientras que la curva continua muestra la expectativa teórica ($|1/Z|$) obtenida a partir de la ecuación (5)

Cuando efectuamos el ajuste, resultó que el valor de C para el mismo es algo mayor ($C_{exp}=0.568 \mu F$) que el teórico ($0.5 \mu F$ dato del fabricante) De esta forma evitamos un corrimiento lateral que presentaba una curva con respecto a la otra. Esto no significa que realmente los datos experimentales sean incorrectos, dado que no conocemos el valor de C correcto, por no haber sido posible medirlo.

Por otro lado, como se puede observar, las aproximaciones y modelos teóricos planteados fueron adecuados, puesto que las curvas se asemejan. Las diferencias son relativamente pequeñas y están relacionadas con los errores que presentan la capacitancia y la frecuencia (ésta tiene un error de alrededor de 3 Hz).

Para el caso del circuito RLC paralelo esperamos encontrar una respuesta inversa. Así como en el circuito serie observamos una resonancia (con pico cerca de la frecuencia natural del sistema), en el paralelo deberíamos ver una antirresonancia. Para ello graficamos $V_B/V_A(f)$ (Figura 4) y $|T(f)|$ para verificar que ambas curvas se asemejen.

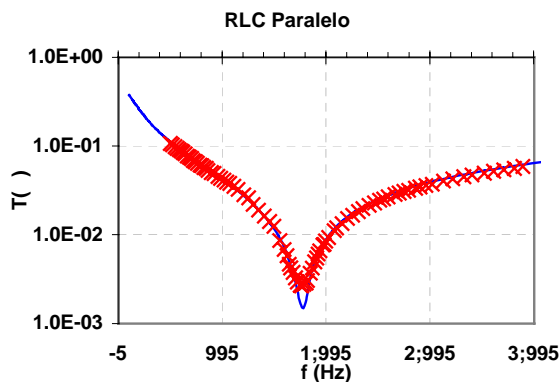


Figura 4. V_B/V_A (cruces rojas) y $|T(f)|$ (curva continua azul) en función de f . Nótese que el mínimo valor de la expectativa teórica es menor que el de los datos experimentales.

Podemos ver, en efecto, que se superponen ambas curvas, siendo sin embargo bastante distintas en torno del valor máximo de antirresonancia ($f = 1990$ Hz). Esto puede deberse en principio, al hecho de que para esos valores de frecuencia la amplitud de la señal es tan pequeña que el ruido mismo de la excitación la afecta notoriamente. Además en este caso al efectuar el ajuste tuvimos que corregir el valor de la capacitancia ($C_{exp} = 0.022 \mu F$).

CONCLUSIONES

En la experiencia llevada a cabo, pudimos analizar la respuesta en frecuencia de dos circuitos RLC (serie y paralelo) forzados con una señal de tipo senoidal. De los resultados obtenidos podemos concluir que ambos casos se ajustan a los modelos teóricos propuestos.

En el caso del circuito serie, se evidenció una respuesta resonante (Figura 3) en torno al valor de frecuencia propia del circuito, observándose una correlación de los datos experimentales con aquellos calculados en forma teórica. La respuesta resonante se produce cuando la frecuencia de la señal excitadora es igual a la frecuencia natural del circuito; en este caso la impedancia total es mínima y en consecuencia la intensidad de la corriente circulante es máxima. Para el circuito en paralelo se obtuvo el efecto contrario: la curva (Figura 4) presenta una marcada disminución (antirresonancia) cerca de la frecuencia natural, y la misma se corresponde con la prevista de acuerdo con la ecuación (8). El fenómeno de antirresonancia se debe a que cuanto menor es la impedancia de la configuración en paralelo RLC, menor es la transmisión de la señal. Dado que, a diferencia del caso anterior, la impedancia se minimiza a la frecuencia de resonancia, se observa en torno a dicho valor ($f = 1990$ Hz) un mínimo en la función de transmisión.

La utilidad principal de un análisis de este tipo de curvas radica en el vínculo que establece entre la tensión de entrada y la de salida. Conociendo dicha relación podemos analizar qué le sucede a la señal de entrada al atravesar el circuito, así como también evaluar en qué valores de frecuencia nos conviene trabajar, esto último dependiendo del uso al que destinemos la configuración experimental.

En la ecuación (6) estamos planteando una relación entre V_{salida} y V_{entrada} que viene dada por una función (función de transferencia) que depende de la impedancia y de la frecuencia de la señal de entrada. De este modo conociendo V_{entrada} y buscando elementos y frecuencias adecuadas podemos estimar el valor de V_{salida} . Esta señal de salida puede ser utilizada para alimentar otro circuito.

Otra útil aplicación de los fenómenos observados es la amplificación y el filtrado de señales. Como hemos observado, el circuito RLC serie amplía la señal aplicada al mismo cuando ésta tiene una frecuencia cercana a la frecuencia natural. Por lo tanto, escogiendo con cuidado los valores de R , L y C , puede fabricarse un dispositivo de amplificación para cualquier frecuencia conocida. Asimismo, en el caso del circuito RLC paralelo la aparición de antirresonancia implica que una señal que oscile con la frecuencia de resonancia del circuito no será transmitida. En consecuencia, eligiendo adecuadamente los valores de R , L y C , pueden filtrarse señales indeseadas.

REFERENCIAS

- (1) Gil, S. y Rodríguez, E., *Física re-Creativa*, Prentice Hall, Buenos Aires, 2001
- (2) Guías de Laboratorio 3 del Dpto. Física de la UBA- http://ar.geocities.com/lab03_uba, http://ar.geocities.com/lab05_uba y <http://www.df.uba.ar/users/sgil>