

CONSTRUCCIÓN Y ESTUDIO DE BAND GAP ACÚSTICO

P. Llamedo^{a)}, A. Negri^{b)} y T. Tecce^{c)}

El band gap acústico se creó en una guía de ondas con un sistema de ramificaciones espaciadas periódicamente. Utilizando un método de respuesta al impulso, fueron caracterizadas las propiedades de transmisión del arreglo y las regiones de transmisión prohibidas identificadas. Los resultados demuestran concordancia con un análisis teórico previo, en términos de la localización de las frecuencias prohibidas como de la forma de la estructura de bandas. Pulsos cuyo contenido en frecuencia se hallaban completamente comprendidos dentro del gap, fueron utilizados para estudiar los conceptos de tiempo de tuneo y velocidad de grupo, siendo imposible inferir algún concepto respecto a ellos.

I. INTRODUCCION

En el estudio de la física del estado sólido, y en particular dentro de la teoría de semiconductores, es bien conocido el fenómeno de estructura de bandas, donde los niveles electrónicos se agrupan en bandas continuas separadas por regiones prohibidas o "band gaps". Este fenómeno puede interpretarse dentro del marco de la mecánica cuántica como consecuencia del comportamiento ondulatorio de los electrones dentro del cristal, considerado éste como un medio periódico. Por analogía con el caso de los semiconductores, uno puede esperar que el mismo fenómeno ocurra para otros tipos de ondas (mecánicas, acústicas, electromagnéticas). En años recientes esto ha sido demostrado con la construcción de cristales de band gap fotónico¹ en los cuales ciertas frecuencias de luz no pueden propagarse. El estudio de estos cristales despertó también el interés en sus equivalentes acústicos y elásticos.

El interés en lograr fabricar un sistema que presente band gap radica en la posibilidad de usarlo para manipular las propiedades del campo de radiación correspondiente, de la misma manera que se usan los semiconductores en electrónica. Para el caso acústico, las posibles aplicaciones son la construcción de filtros sonoros de alta performance, aislación de ruido o de vibraciones, y también el estudio de cuestiones físicas fundamentales como el estudio experimental de la formación de la estructura de bandas o del efecto de defectos en la periodicidad del sistema.

En este trabajo, se investigó experimentalmente la respuesta de una guía de ondas con un sistema de ramificaciones espaciadas periódicamente. La construcción y caracterización del sistema de tubos acústicos se realizó en base al estudio realizado por el Dr. Robertson.^{2,3} A partir de esta construcción se estudió el fenómeno de tuneo de pulsos de sonido a través de una región de dispersión anómala.

Modelo teórico

La formación de una zona de frecuencias acústicas prohibidas es esencialmente un fenómeno de interferencia destructiva entre partes del tren de ondas que se reflejan en distintos puntos del medio periódico en el que se propagan. Esto constituye un fenómeno similar a lo que sucede en la difracción de Bragg: dos porciones del frente de onda recorren distintos caminos por causa de las reflexiones, y al superponerse nuevamente se produce interferencia destructiva si la diferencia de fase entre las ondas es un número impar de veces $\pi/2$. Con estas sencillas consideraciones puede hacerse un primer análisis del fenómeno. Considerando por ejemplo el caso de una guía de ondas acústicas (en este caso un tubo de sección circular) que presenta tres ramificaciones, cada una de ellas de ancho $2a$ (igual al diámetro del tubo S_0), siendo d la distancia entre los centros de las mismas (ver **figura 1**).

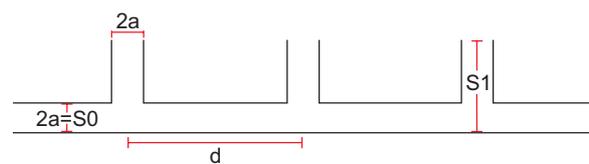


Figura 1: Dimensiones características de la guía de ondas.

Es posible analizar distintos casos de reflexiones posibles y calcular para cuáles frecuencias puede haber interferencia destructiva en cada uno de ellos. Por ejemplo, para el caso de la **figura 2**, las distancias recorridas por los dos frentes de onda indicados son $x_1 = 2d + 2a$ para la onda que pasa directamente y $x_2 = 4d + 6a$ para la onda que se refleja en las ramas 1^a y 2^a (suponiendo que las reflexiones se producen en los bordes de las ramas).

La diferencia de fase entre las dos ondas es:

$$\delta = \frac{\omega}{v_s} (x_2 - x_1) \quad (1)$$

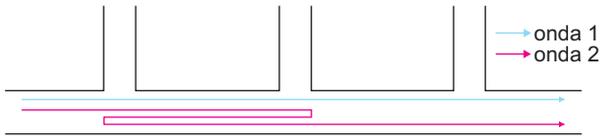


Figura 2: Caso en el que una onda pasa sin reflejarse y se superpone con otra que sufrió reflexiones en las ramas 1ª y 2ª.

de aquí se puede obtener que las frecuencias angulares ω en las cuales puede haber interferencia destructiva son tales que

$$\omega = \frac{v_s}{2d + 4a} (2n + 1)\pi \quad (2)$$

Asignando valores a n de 0 en adelante se obtiene un espectro de posibles frecuencias prohibidas para la configuración estudiada, con una separación entre modos constante. Para otra combinación de reflexiones (por ejemplo reflexiones en la 1ª y la 3ª rama), se obtiene otro espectro con un interespaciado distinto; si se va agregando más combinaciones posibles, se van obteniendo lo que se podrían llamar los "modos normales" del sistema de tubos (con la salvedad de que los que se hallan son mínimos de transmisión, en vez de máximos). Nótese que como las amplitudes de las distintas reflexiones que se superponen no son exactamente las mismas, estas frecuencias corresponden a frecuencias atenuadas pero no necesariamente prohibidas. A medida que se van considerando más casos de reflexiones en el sistema periódico, como los interespaciados en cada caso son distintos en algunas zonas del espectro de frecuencias se van "juntando", produciendo los gaps.

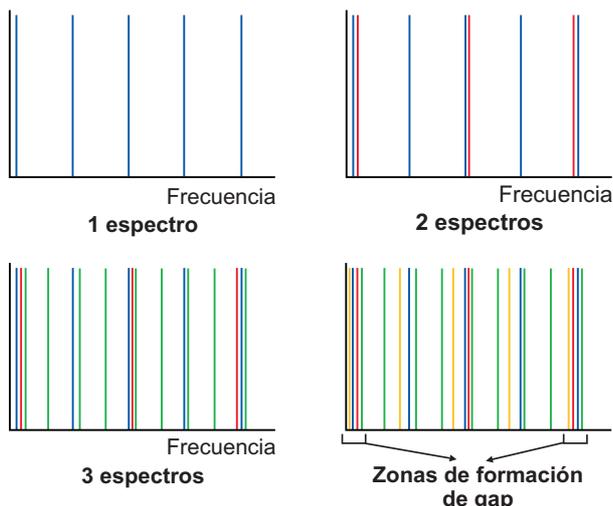


Figura 3: Primeros pasos de la construcción progresiva del gap.

Con este análisis sencillo se pueden predecir semicuantitativamente las características del espectro, pero este método no es muy práctico para realizar cálculos más rigurosos pues los casos de

distintas reflexiones posibles son muchos y para obtener el gap con una buena aproximación habría que tomar bastantes de ellos! Hay otras formas de resolver el problema de ondas propagándose en medios periódicos; uno de ellos se comenta en el trabajo de Kushwaha *et al.*⁵ Otra forma de calcularlo es usar el método de la matriz de transmisión (*transfer matrix*) propuesto por Griffiths y Steinke⁶ y por Sprung *et al.*⁷ Según este método, se tiene el problema de la transmisión de ondas acústicas en un tubo, que está descrito por la ecuación de onda⁸:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = v^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \quad (3)$$

donde v es la velocidad del sonido en el aire y S la sección del tubo. Para el sistema de tubos utilizado, S es una función de la distancia x a lo largo del tubo. Para una rama, si S_0 es la sección del tubo y S_1 la longitud de la rama lateral, (ver **figura 1**) es posible escribir:

$$S(x) = \begin{cases} S_0 & x < -a \\ S_1 & -a < x < a \\ S_0 & x > a \end{cases} \quad (4)$$

Esto corresponde a modelar a las ramas laterales con potenciales de pozo cuadrado. La solución general para la onda en el tubo en esta situación será de la forma general

$$\Psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < -a \\ Fe^{ikx} + Ge^{-ikx} & -a < x < a \\ Ce^{ikx} + De^{-ikx} & x > a \end{cases} \quad (5)$$

La ecuación anterior se resuelve con las condiciones de contorno apropiadas (típicamente, continuidad de Ψ y de su derivada) obteniéndose ciertas relaciones entre los coeficientes A , B , C y D . Estos resultados puede expresarse como una ecuación matricial que conecte las amplitudes entrantes a la rama lateral con las amplitudes salientes,

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \quad (6)$$

La matriz \mathbf{M} , de 2×2 , es la **matriz de transmisión** para una rama, con $M_{11} = M_{22}^*$ y $M_{21} = M_{12}^*$. Por conservación de probabilidad y simetría de inversión temporal, las matrices de transmisión tienen la propiedad de tener $\det \mathbf{M} = 1$ y $\text{Abs}(M_{11})^2 - \text{Abs}(M_{12})^2 =$

1. Con la función de onda escrita de la siguiente forma,

$$\Psi_n(x) = A_n e^{ik(x-nd)} + B_n e^{-ik(x-ns)} \quad (7)$$

con $(n-1)d < x < nd$, se puede construir una matriz "corrida" \mathbf{P} , también de determinante igual a 1,

$$\mathbf{P} \equiv \mathbf{M} \begin{pmatrix} e^{-ikd} & 0 \\ 0 & e^{ikd} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Usando la ecuación anterior recursivamente, se tiene para el sistema total con N ramas laterales que

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{P}^N \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix} \quad (9)$$

y el problema se reduce a evaluar \mathbf{P}^N . Esto se puede evaluar mediante el teorema de Cayley-Hamilton, que permite hallar la siguiente ecuación para la N -ésima potencia de cualquier matriz de determinante 1:

$$\mathbf{P}^N = \mathbf{P} U_{N-1}(\xi) - \mathbf{I} U_{N-2}(\xi) \quad (10)$$

De aquí se llega a la relación

$$U_{N+2}(\xi) - 2U_{N+1}(\xi) + U_N(\xi) = 0 \quad (11)$$

que es la relación de recursión para los polinomios de Chebychev U_N con ξ igual a $\frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{P})$:

$$U_N(\xi) = \frac{\sin(N+1)\gamma}{\sin\gamma} \quad (12)$$

donde

$$\gamma = \arccos(\xi) \quad (13)$$

es identificada por la mayoría de los autores en la literatura con la fase de Bloch del correspondiente sistema completamente periódico (o sea, con N tendiendo a infinito).⁹

La matriz de transmisión para las N ramas resulta ser finalmente

$$\mathbf{M}_N = \begin{pmatrix} [M_{11} e^{-ikd} U_{N-1}(\xi) - U_{N-2}(\xi)] e^{ikNd} & M_{12} U_{N-1}(\xi) e^{-ik(N-1)d} \\ M_{12}^* U_{N-1}(\xi) e^{ik(N-1)d} & [M_{11}^* e^{ikd} U_{N-1}(\xi) - U_{N-2}(\xi)] e^{-ikNd} \end{pmatrix} \quad (14)$$

donde

$$\begin{aligned} M_{11} &= [\cos(2ka) - i\epsilon_+ \sin(2ka)] e^{2ika} \\ M_{12} &= i\epsilon_- \sin(2ka) \\ \epsilon_{\pm} &= \frac{1}{2} \left(\eta \pm \frac{1}{\eta} \right) \\ \eta &= \frac{S_0}{S_1} \end{aligned}$$

Para N ramas separadas por una distancia d , el coeficiente de transmisión es

$$T_N = \frac{1}{1 + [\epsilon_- \sin(2ka) U_{N-1}(\xi)]^2} \quad (15)$$

que se presenta en la **figura 4**.

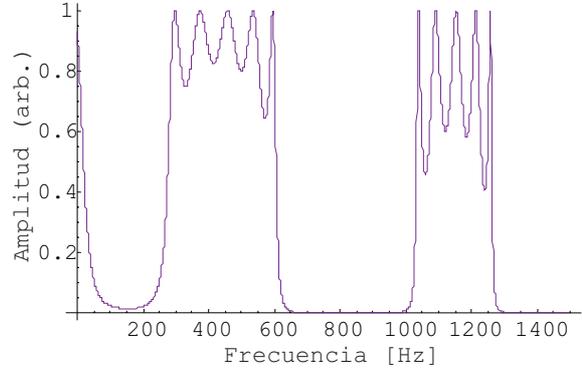


Figura 4: Transmisión en función de la frecuencia para un sistema con ramificaciones.

El resultado teórico de enviar un pulso con forma de segunda derivada de una gaussiana con una extensión temporal de 2 mseg por esta modulación se muestra en la **figura 5**.

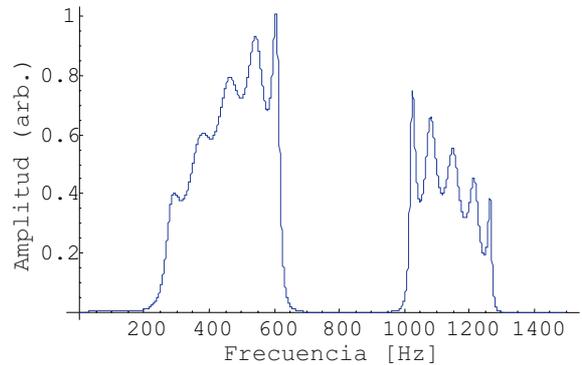


Figura 5: Espectro de frecuencia esperado teóricamente al enviar un pulso con forma de derivada segunda de una gaussiana. Se obtiene un gap bien definido entre 700 y 1000 Hz.

En una región de band gap, donde la transmisión para ciertas frecuencias queda prohibida, puede producirse el fenómeno de tunelaje. En estas regiones, que se denominan de dispersión anómala, si un pulso que contenga sólo las frecuencias prohibidas tunelaje a través de la misma lo hace con una velocidad de grupo superior a la máxima normal para la onda en ese medio.¹⁰ En este trabajo se intentó utilizar el band gap hallado para tratar de determinar el tunelaje de estos pulsos.

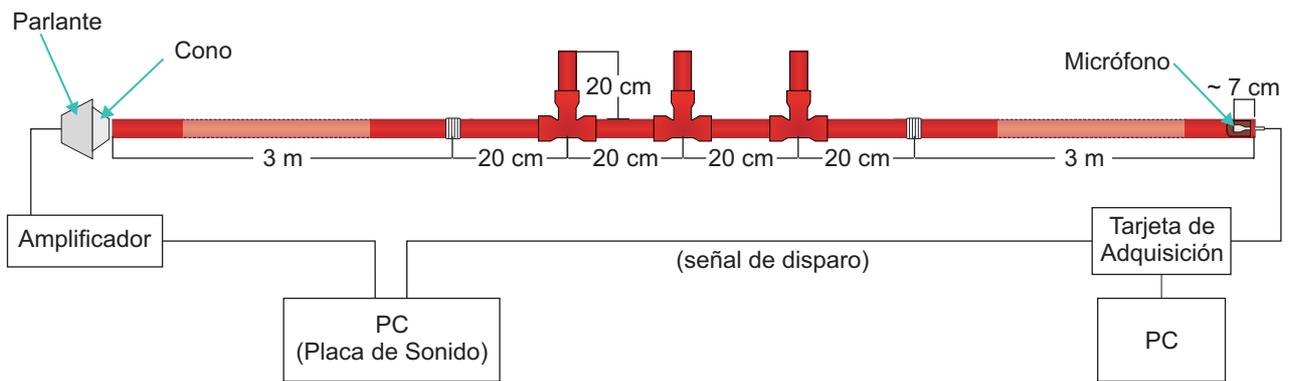


Figura 6: Representación esquemática de la configuración experimental. El primer pulso fue generado en un canal de la salida estereo de la tarjeta de sonido. El segundo canal proveyo la señal de disparo. El parlante se acopló a la guía como se describe en el texto. El micrófono fue colocado 7 cm dentro de la guía.

II. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

1. Construcción de la guía de onda

En la **figura 6** puede observarse una representación esquemática de la guía de onda utilizada. Dicha guía fue construida con tubos de PVC de $\frac{3}{4}$ " (1.905 cm). Se dispusieron en forma periódica ramificaciones equiespaciadas cada 20 cm, cuya longitud era 20 cm medida a partir del diámetro exterior del tubo principal. La elección de esta configuración fue elegida basada en los resultados teóricos tratados anteriormente y los datos experimentales presentados en la **Ref. 2 y 3**, los cuales demuestran que este arreglo permite trabajar con una región de transmisión prohibida suficientemente amplia y plana, ideal para el estudio de efectos de tuneleo. Fueron utilizados conectores "T" de PVC de $\frac{3}{4}$ " con rosca para armar las ramificaciones. Al final del sistema de ramificaciones se añadieron dos tramos de tubos de PVC standard de $\frac{3}{4}$ " de 3 metros de longitud cada uno. Dichas secciones permiten poder despreciar las reflexiones respecto al frente de onda principal en el tiempo característico del pulso.

Se utilizó cinta de enmascarar para conectar dichos tramos con la sección con ramificaciones. El terminado de los extremos de todas las secciones utilizadas fueron limados de manera minimizar las aperturas entre las uniones de los tubos, minimizando estos "defectos" se esperaba que las reflexiones producidas en éstas se pudieran no considerar.

En uno de los extremos del dispositivo se conectó un parlante de 30W - 8Ω a la guía de ondas por intermedio de un cono de 27 cm de longitud. Mientras que por el otro extremo se introdujo un transductor, el cual fue utilizado como micrófono, cuidando de que éste no tocara las paredes de la guía de ondas. El conjunto parlante-cono-tubo fue aislado acústicamente utilizando telgopor y cinta de embalar

de manera de minimizar la intensidad de los pulsos sonoros por afuera de la guía de ondas. Se crearon distintos pulsos en formato .wav utilizando el programa Mathematica 4.0; los cuales fueron reproducidos con el programa Winamp, y amplificados utilizando un amplificador Marantz de 130W.

Se utilizó uno de los canales de una tarjeta de adquisición de datos MPLI para obtener la señal medida por el micrófono, mientras que otro sirvió para levantar la señal de disparo, la cual fue tomada a la salida de la tarjeta de sonido de la computadora.

2. Caracterización del sistema parlante micrófono

La caracterización del sistema parlante-micrófono se realizó colocando el micrófono a 7 cm del parlante, tomando la señal recibida por el micrófono para distintas frecuencias entre los 200 y los 2200 Hz, dejando constante el voltaje de entrada al amplificador.

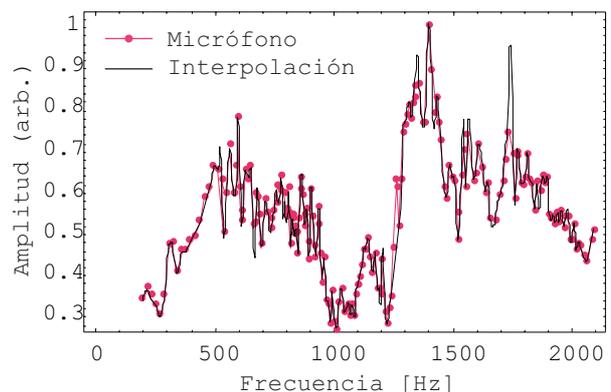


Figura 7: Caracterización del sistema parlante micrófono. La señal medida por el micrófono fue normalizada a 1. El trazo negro corresponde a una interpolación de tercer orden.

A partir de una interpolación realizada con los datos obtenidos, fue posible independizarse de la respuesta del sistema micrófono-parlante dividiendo

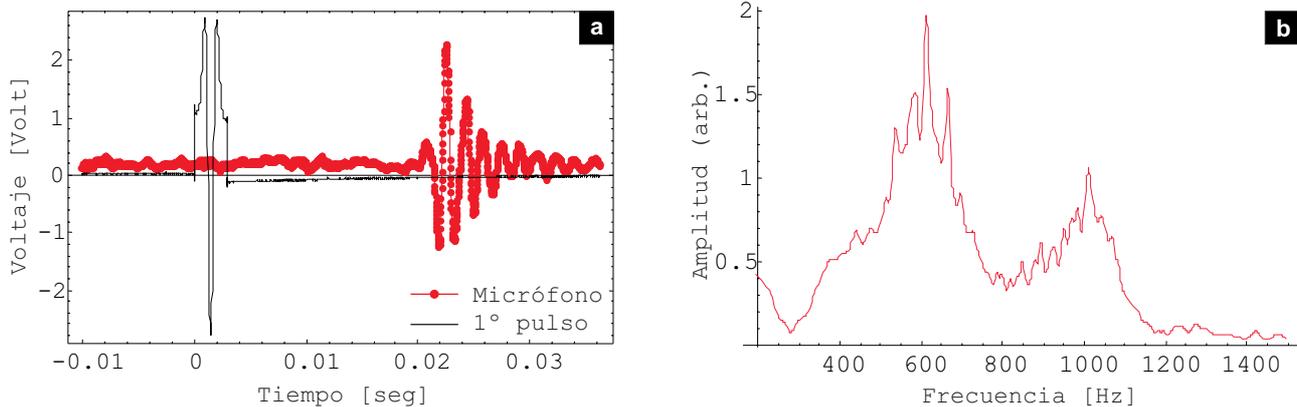


Figura 8: (a) La curva de trazo negro permite observar la forma del primer pulso sintetizado, el cual se utilizó como señal de disparo. Los datos (rojo) corresponden a la señal medida por el micrófono al enviar el pulso a través de la guía de ondas recta. (b) FFT del pulso presentado en (a).

los espectros de frecuencias de los pulsos enviados durante la experiencia.

3. Generación de los pulsos y resultados

Se utilizaron dos pulsos distintos durante el experimento. El primer pulso es una versión digitalizada de una derivada segunda de una Gaussiana, con una extensión temporal de 2 mseg aproximadamente. Este pulso contiene un amplio espectro de frecuencias que llegan casi a los 2 KHz. En la **figura 8-a** se observa la señal recibida por el micrófono luego de atravesar el tubo sin ramificaciones; mientras que en la **figura 8-b** correspondiente al resultado de realizar una transformada numérica de Fourier (FFT) del pulso que se muestra en la **figura 8-a**, se observa que las componentes espectrales del pulso llegan más allá de los 1500 Hz.

Se removió la sección central de la guía para poder insertar el sistema de ramificaciones. Ya que el propósito de esta experiencia es medir el tiempo de propagación a través de la guía, la sección de tubo recto removido debe ser igual a la de su reemplazo. El largo total de la guía, con 3 ramificaciones más la longitud del cono menos la posición del micrófono

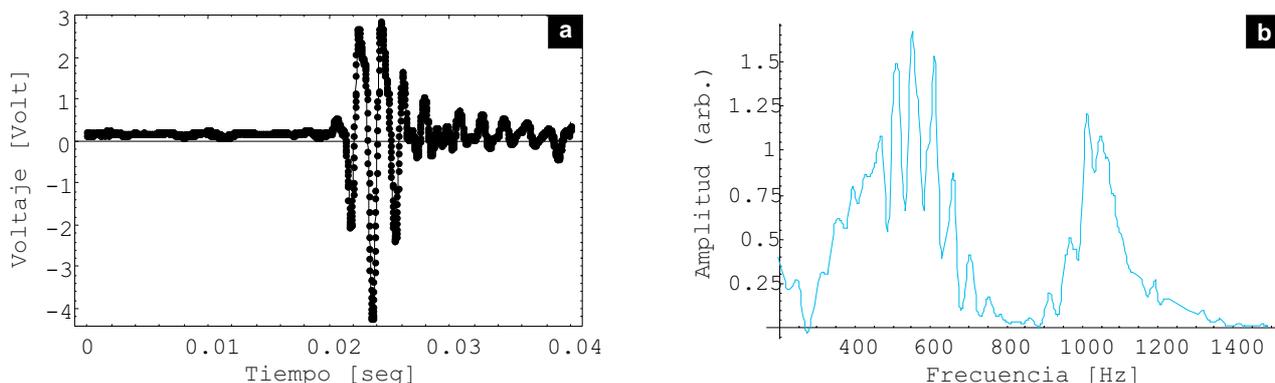
dentro de la guía, es $(7,023 \pm 0,003)$ m.

La **figura 9-a** muestra la señal temporal del primer pulso transmitido a través de la guía con 3 ramificaciones destapadas; allí se nota que el dominio temporal de la señal es marcadamente diferente, esto se debe a la interferencia y scattering múltiple en el arreglo experimental. El espectro de frecuencias correspondiente se observa en la **figura 9-b**, permiten determinar las zonas de transmisión prohibidas o "band gap" (intervalos de frecuencia donde la transmisión es fuertemente atenuada).

Se creó un segundo pulso de manera de estudiar efectos de tuneo a través del band gap. Este consistió en una onda senoidal pura, con frecuencia 850 Hz. modulada por un paquete gaussiano. La extensión del paquete gaussiano es 18,8 mseg, de esta manera las reflexiones parlante-micrófono-parlante quedan fuera de la ventana de medición debido a la longitud de la guía confeccionada. El espectro de frecuencias de este segundo pulso puede observarse en la **figura 12**; ahí puede verse que su espectro se encuentra completamente contenido en la región del band gap antes mencionada.

En la **figura 10-a** se observa la señal recibida al enviar el segundo pulso a través de la guía sin ramificaciones.

Figura 9: (a) Señal medida por el micrófono al enviar el pulso a través de la guía de ondas con 3 ramificaciones. (b) FFT del pulso presentado en (a). El band gap es evidente entre los 700 y los 1000 Hz.



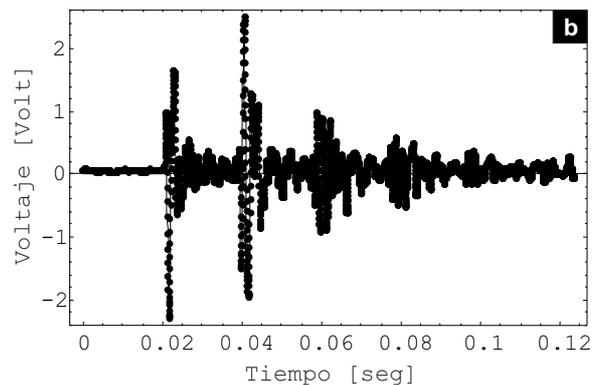
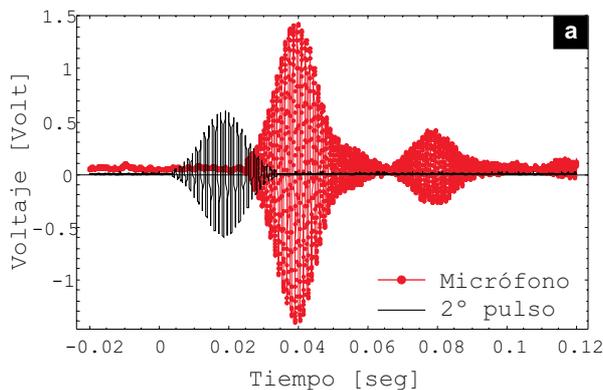


Figura 10: (a) La curva de trazo negro permite observar la forma del segundo pulso sintetizado, el cual se utilizó como señal de disparo. Los datos (rojo) corresponden a la señal medida por el micrófono al enviar el pulso a través de la guía de ondas recta. (b) Señal medida por el micrófono al enviar el segundo pulso a través de una guía de onda con 3 ramificaciones.

Se cambió la sección central de tubo recto por el sistema de 3 ramificaciones y se envió el segundo pulso a través de la guía reconfigurada (ver **figura 10-b**).

III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La velocidad del sonido calculada es $(344,5 \pm 0,3)$ m/seg, esto es un indicador de confianza del sistema de medición. Este valor se obtiene de dividir la longitud de la guía de ondas sobre el tiempo de llegada del frente del pulso.

En la **figura 9-b** se puede observar claramente la existencia de una región, entre los 700 y los 1000 Hz, donde la transmisión está fuertemente atenuada. Hay otra región de fuerte atenuación entre 100 y 250 Hz. Más allá de 1400 Hz, la baja respuesta del micrófono no permitió evaluar la existencia de más gaps. El espectro de frecuencias con las ramificaciones instaladas presenta unos “picos” característicos, correspondientes a los modos normales del sistema. El primer modelo teórico propuesto, permite en forma sencilla estimar la posición de los mínimos locales.

Espectro teórico de mínimos [Hz]	Mínimos observados [Hz]
*89	Zona de baja intensidad
***159	
**171	
*266	270 ± 10
	377 ± 7
*443	
***476	486 ± 2
**512	534 ± 2
	580 ± 4
*621	628 ± 4
	681 ± 5
	735 ± 5

Tabla 1

La **Tabla-1** presenta resultados experimentales de mínimos de amplitud espectral comparados con cálculos realizados con este modelo sencillo de interferencia destructiva, considerando tres casos de interferencia posibles: (*) designa reflexiones en las ramas 1^a y 2^a, (**) el caso de reflexiones en las ramas 1^a y 3^a, y (***) el caso de reflexión ida y vuelta dentro de la rama 1 y luego reflexiones en las ramas 1^a y 3^a. Los cálculos teóricos tienen un error aproximado del 5%. Aún con los pocos casos tomados, puede verse coincidencia en varios casos, y también que los tres modos distintos tienen frecuencias que caen en la zona del band gap observado.

El método de matriz de transmisión permitió inferir el espectro de frecuencia modulado por el sistema de 3 ramificaciones, al enviar a través de él el primer pulso. La **figura 11** permite comparar el espectro teóricamente modelado con el espectro obtenido experimentalmente, a partir de esta comparación se puede inferir que el método de la matriz de transmisión es apropiado para modelar la transmisión de una guía de ondas.

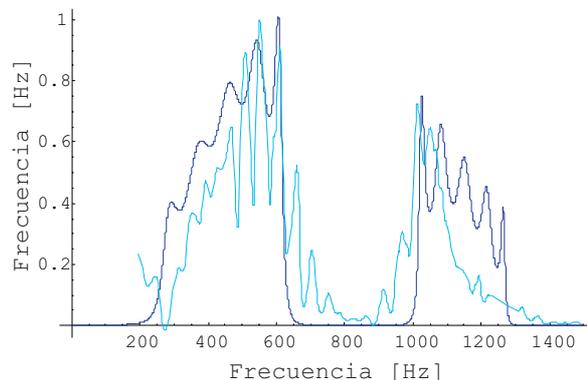


Figura 11: Comparación del espectro teóricamente modelado con el espectro obtenido experimentalmente.

En la **figura 10-b** se esperaba ver el pulso tuneado con una extensión temporal mayor al pulso directo debido a la interferencia destructiva

sufrida por la cola del pulso, sin embargo fue imposible medirlo. Se aumentó el volumen del amplificador de audio y la ganancia del amplificador del micrófono esperando poder medir así el pulso tuneado, sin embargo no se llegó a ningún resultado positivo.

La violenta respuesta inicial medida por el micrófono y el siguiente pico difieren en poco menos que 18,8 mseg (ver **figura 10-b**), esta separación temporal idéntica a la del pulso sintetizado puede implicar que se trata del inicio y el fin del pulso respectivamente. Una posible explicación para entender la existencia de estos picos fue suponer que una parte del espectro del segundo pulso se sitúe fuera de la zona de transmisión prohibida.

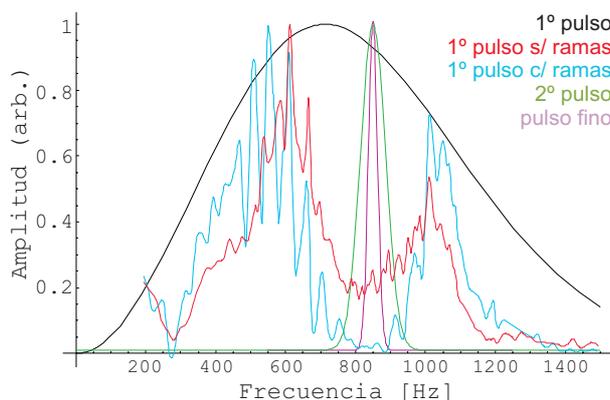
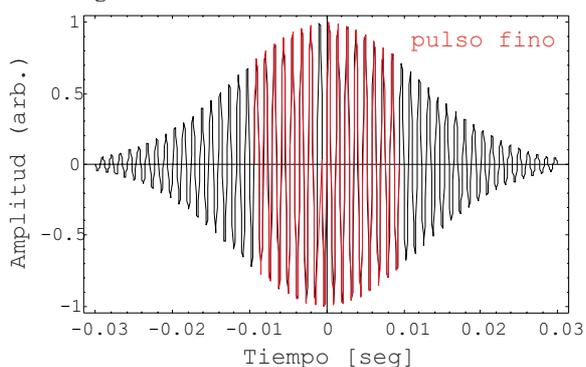


Figura 12: Espectros de los pulsos sintetizados utilizados. Además, puede observarse que tanto el segundo pulso como el fino tienen sus espectros completamente comprendidos dentro del gap.

Con el fin de poner a prueba esta posible explicación se envió un pulso ("pulso fino") con un espectro de frecuencias más fino que el enviado originalmente (ver **figura 12**). El problema de crear un pulso así se encuentra en la condición que implica afinar el espectro de frecuencias conlleva a una mayor extensión temporal, lo cual obliga a considerar las reflexiones micrófono-parlante-micrófono. La manera de evitar este problema es crear un pulso como el que se observa en la **figura 13**.

Figura 13: Pulso fino en el dominio



La extensión temporal de este pulso es igual a la del segundo pulso, y los resultados obtenidos al enviar este pulso a través de la guía de ramificaciones fueron similares a los obtenidos al enviar el segundo pulso. De esta manera se puede descartar la hipótesis propuesta para explicar esa violenta respuesta inicial medida.

Se realizó un estudio para caracterizar la guía de ondas como filtro sonoro a partir de enviar ondas senoidales puras. Estos "tonos" de medio segundo de duración aproximadamente fueron creados con el Mathematica. Para crear estos pulsos se tuvo el cuidado de que su duración temporal sea igual a un número entero su número de períodos, de esta manera se evita un inicio o un final abrupto de la reproducción del pulso. Se enviaron pulsos con frecuencias que iban de los 550 a los 1200 Hz con un paso de 10 Hz. A partir de los datos recolectados, se definió un índice de transmisión de la siguiente manera: la señal medida por el micrófono considerando que se alimentó al parlante con un 1V dividida por 10. Cabe aclarar nuevamente que esta serie de datos fue dividida por los valores correspondientes de la interpolación hecha sobre los datos obtenidos para caracterizar el sistema parlante-micrófono (ver **figura 6**), evaluada en las respectivas frecuencias.

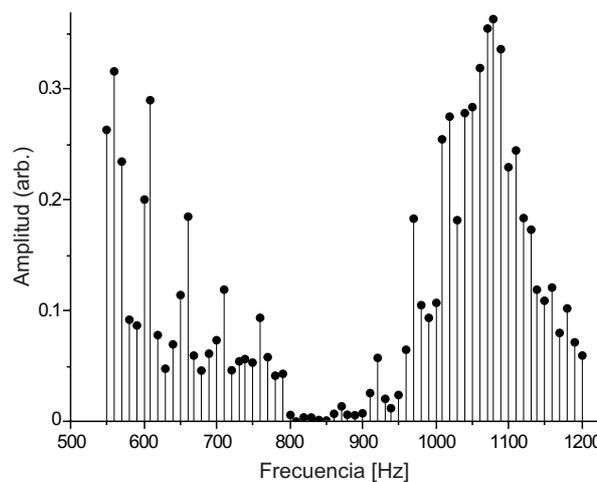


Figura 14: Índice de transmisión en función de la frecuencia.

IV. CONCLUSIONES

Se obtuvo una región prohibida de transmisión o "band gap" de acuerdo con los modelos teóricamente propuestos. Dichos modelos describen la aparición de bandas prohibidas de frecuencias y también los modos normales del tubo observados.

Una posible causa para explicar la aniquilación del segundo pulso es considerar que el dispositivo experimental construido es altamente dispersivo (inclusive con dos ramificaciones) imposibilitando la medición de su velocidad de grupo y la

observación del efecto de tuneo a través de una región dispersiva.

Una importante tarea para un futuro trabajo sería la determinación experimental de la relación de dispersión, de manera de caracterizar más precisamente los parámetros de transmisión del dispositivo en función de la frecuencia. De la misma manera sería interesante cambiar las configuraciones del tubo; léase ramificaciones tapadas o destapadas, cambios en el espaciamiento de las ramificaciones, etc.; de manera de estudiar cambios en la transmisión del tubo.

El estudio del sistema como filtro sonoro, permitió cuantificar una de las características más importantes de este reciente tema de estudio (band gaps acústicos). En la **figura 14** se observa que esta guía sirve como un filtro de gran calidad para los sonidos que van de los 700 a los 1000 Hz. Este efecto es notorio con solo poner el oído en lugar del micrófono y claramente se nota la pérdida de intensidad cuando los tonos reproducidos en la guía poseen frecuencias dentro del gap. Esta propiedad es la que ha despertado mayor interés a la industria.

VI. REFERENCIAS

a) Dirección electrónica: pablom10@hotmail.com

b) Dirección electrónica: agustin_negri@yahoo.com

c) Dirección electrónica: tomastecce@hotmail.com

1 - Yablonovitch, E. "Photonic crystals: semiconductors of light", *Scientific American*, 285, Diciembre 2001, 34-41.

2 - Robertson, W. M., Ash, J. y McGaugh, J. M. "Breaking the sound barrier: tunneling of acoustic waves through the forbidden transmission region of a one dimensional acoustic band gap array", *Am. J. Phys.* **70** (7), Julio 2002, 689-693,

3 - Robertson, W. M. y Ash, J. "Acoustic band gaps in wave guides with periodically spaced dangling side branches" (comunicación personal).

4 - Carr, C. y Yu, R. "Sonic band structure and localized modes in a density-modulated system: experiment and theory", *Am. J. Phys.* **70** (11), Noviembre 2002, 1154-1156.

5 - Kushwaha, M. S., Akjouj, A., Djafari-Rouhani, B., Dobrzynski, L. y Vasseur, J. O. "Acoustic spectral gaps and discrete transmission in slender tubes", *Solid State Commun.* **106** (10), 1998, 659-663.

6 - Griffiths, D. J. y Steinke, C. A., "Waves in locally periodic media", *Am. J. Phys.* **69** (2), Febrero 2001, 137-154.

7 - Sprung, D. W. L., Sigetich, J. D., Wu, H. y Martorell, J. "Bound states of a finite periodic potential", *Am. J. Phys.* **68** (8), Agosto 2000, 715-722.

8 - Esta ecuación conocida como la ecuación del cuerno es atribuida a Webster. Un trabajo fascinante realizado por E. Eisner, con una extensiva bibliografía, es "Complete Solutions of the 'Webster' Horn Equation", *J. Acoust. Soc. Am.* **41**, 1967, 1126-1146.

9 - El teorema de Bloch propone que la función de onda en un sistema infinitamente periódico es el producto de un término ondulatorio y un término que contiene la periodicidad de las celdas. Ver en Ashcroft, N. W. y Mermin, N. D., *Solid State Physics*, Saunders, Filadelfia, 1976, capítulo 8.

10 - Garrett, C. G. B. y McCumber, D. E. "Propagation of a Gaussian light pulse through an anomalous dispersion medium", *Phys. Rev. A* **1** (2), Febrero 1970, 305-313.