

MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

Bazterra, Victor (5411-4433-1627) y Camjayi, Alberto (5411-4292-7350)
Laboratorio 5 - Dpto. de Física - FCEyN-UBA - 1997

Utilizando un osciloscopio LeCroy de 100 MHz se midió el tiempo de vuelo de un rayo de luz láser para varias distancias. Del ajuste lineal de los datos obtuvimos para la velocidad de la luz en aire el valor $c = (0.300 \pm 0.055)m/ns$. Las distancias involucradas en la medición fueron en todos los casos inferiores a los 20m.

INTRODUCCIÓN

Hay en la literatura gran número de artículos acerca de como medir la velocidad de la luz utilizando una tecnología que se puede encontrar en cualquier laboratorio universitario de grado. Muchos de estos trabajos son de extensión muy corta (sólo una carilla, por ejemplo) y sugieren que es muy sencillo realizarlo. En esta introducción hablaremos de los distintos métodos propuesto, sus ventajas y desventajas, así como de que clase de elementos son necesarios para su construcción, mostrando la real dificultad de este desarrollo.

De los diferentes métodos que existen para medir la velocidad de la luz, hemos elegido aquellos que miden el tiempo que tarda un rayo de luz pulsado en recorrer dos caminos de diferente longitud. Dentro de este grupo existen dos ejemplos^{1,2} en los que nos hemos inspirado para el diseño de nuestro dispositivo :

- Método óptico : en estos métodos se utiliza como fuente de luz un láser continuo que es pulsado por un espejo rotante o cualquier otra clase de dispositivos (opto-acústicos, electro-ópticos, etc.). Luego el haz pulsado es dividido por un divisor de haz en dos rayos que recorrerán distintos caminos, pero con un mismo punto de retorno donde se localiza un detector (celda fotoeléctrica o fotodiodo).
- Método electrónico : aquí la fuentes de luz es un diodo led que es alimentado por una fuente pulsada con un oscilador; así tenemos dos señales, la primera que nos indica cuando fue pulsado el led (proveniente del oscilador, señal de disparo o “trigger”), y la segunda que es entregada por el detector y nos indica cuanto tarda la luz en recorrer la distancia que hay entre el diodo emisor y el detector.

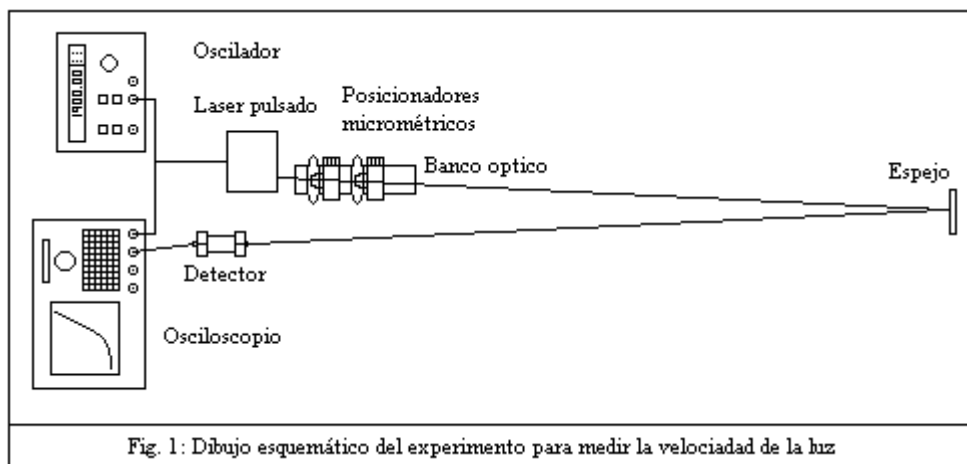
Vemos que los nombres de los distintos métodos están puestos en función de como es pulsado el haz de luz, en el primero el método es más mecánico mientras que el segundo es puramente electrónico. También vemos que ambos tiene en común la generación de dos

señales, una de referencia, que indica cuando comienza el pulsado, y otra que mide el retraso con que llega el pulso.

El primer método tiene la ventaja de poder manejar grandes distancias, por lo tanto los tiempos involucrados no son tan críticos, aunque introducen un mayor error al determinar las distancias. Pero su mayor desventaja consiste en que el pulsado debe ser lo más parecido a una señal cuadrada, es decir la fuente debe cambiar su intensidad muy abruptamente, lo suficiente como para que la señal de referencia sensibilice al osciloscopio antes que llegue la otra señal al detector. Esto hace al método impracticable con espejos rotantes comunes y, en laboratorios de grado, no existe acceso a dispositivos mejores, tales como los nombrados.

El segundo método resuelve el problema del pulsado por utilizar electrónica para alimentar al diodo emisor pero, debido a la poca intensidad de esta fuente, sólo es realizable en distancias muy pequeñas y por lo tanto los tiempos involucrados son muy cortos. Para manejar ésto se necesita una electrónica muy rápida y eficiente en su construcción.

Nuestro diseño es una combinación de estas dos ideas, utilizamos un diodo láser que nos permite realizar un pulsado electrónico^{2,3,4} y, debido a la baja dispersión del rayo láser, nos posibilita además realizar mediciones a distancias considerables. En un primer momento se pensaba en distancias grandes como 100 ó 50 metros, pero sólo resultó práctico y necesario una distancia máxima de $(16,44 \pm 0.002)\text{m}$ (ver figura 1).



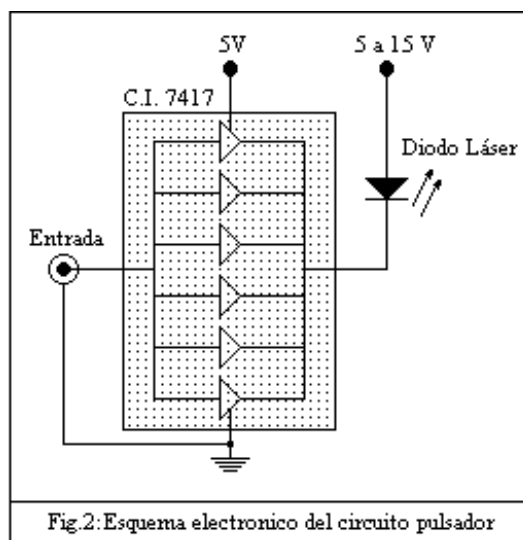
Esto se debió a un problema no esperado que limitó notablemente las posibles distancias a medir. Este es que las curvas obtenidas para distintas distancias no eran de la misma forma. En consecuencia, no podíamos medir o tomar ningún punto de la función para comparar el retraso. Esto se debía principalmente a que la intensidad del láser disminuía con las distancias dando señales de distintas amplitudes. Para resolver esto en las distancias más cortas, hicimos que el rayo incidente no apuntara directamente al detector, de forma de ajustar la cantidad de luz que recibía. Aun así persistía el extraño problema de que el tiempo de respuesta del fotodiodo era distinto para grandes distancias y no podíamos hacerlas comparables entre ellas. Una posible solución es la polarización del fotodiodo

haciendo quizás independiente el tiempo de repuesta del mismo frente a las distintas condiciones de iluminación.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El primer paso fue pulsar el diodo láser; para esto se probaron varios circuitos sugeridos en publicaciones científicas y algunas revistas especializada de electrónica^{2,3,4} para pulsar diodos led en general. El inconveniente mas grave con esto circuitos es el encontrar los componentes o sus equivalentes, además de que, la mayor parte de las veces, el rendimiento de estos estaban por debajo de lo esperado. Este inconveniente se subsanó al conocer que la salida del oscilador era realizada con circuitos lógicos de la familia TTL(LS), por lo tanto se compraron varios circuitos integrados que cumplieran con la función de ser “drivers” de esta familia lógica.

Los integrados seleccionados fueron 7407, 7417, 74LS05 de los cuales el último es un encapsulado que contiene inversores comunes de toda la familia. Los dos primeros (drivers) son compuertas no inversoras que tienen la propiedad de poder suministrar 30 mA por compuerta en vez de 8 mA como las compuertas normales, además son de colector abierto hecho que permite una amplia gama de alimentación . En resumidas cuentas el esquema del circuito es el siguiente (figura 2):



Todo el circuito fue construido sobre una plaqueta especialmente diseñada e instalada dentro de un gabinete metálico, para prevenir cualquier interferencia externa. La alimentación del láser así como la del “driver” era suministrada a través de fichas bananas instaladas en el gabinete y la señal proveniente del osciloscopio se introducía a través de una ficha BNC.

El segundo problema fue la construcción del detector. Para esto se utilizó el fotodiodo PIN de alta velocidad BPW 43 que se instaló dentro de un tubo de agua de unos 10cm de largo tapado por ambos extremos, para blindarlo de la inducción de red y otras

fuentes externas. En un extremo se instaló el fotodiodo y en el otro una ficha BNC para conectarlo al osciloscopio.

Con el osciloscopio utilizado (un Lecroy de 100 MHz digital), se observó que el láser pulsaba, pero tardaba aproximadamente 590 ns en entrar en régimen, con lo que existía una pendiente de 1500 ns desde el cero hasta que el detector se saturaba.

Hacia el final del trabajo, conseguimos polarizar el detector como para aumentar el tiempo de respuesta. Para eso le agregamos dos conectores banana al tubo donde estaba montado para suministrarle la alimentación. Se observó que el láser en realidad tenía una primera rampa de aproximadamente 600ns, es decir, la mitad que la observada sin polarizar, pero por desgracia no se pudieron realizar mediciones con estas modificaciones dada la escasez de tiempo.

Otras mejores son realizables, pero es necesario concentrarse en la búsqueda de mejores componentes o tener una idea cabal del espectro de piezas que nos brinda la última tecnología en optoelectrónica.

RESULTADOS

Los datos se encuentran agrupados en tres grupos que corresponden a tandas de mediciones tomadas en distintos días. Analizaremos los mismos siguiendo el orden cronológico en que fueron recolectados, con el fin de ilustrar la evolución de las ideas a lo largo de la experiencia.

Una vez resueltos los problemas técnicos en el montaje experimental, realizamos la primera medida utilizando dos puntos, con el fin de obtener el orden de magnitud del resultado y, de esta manera, saber si nos encontrábamos en el camino correcto. Para ello recogimos las señales del osciloscopio correspondientes a la distancia cero y a (16.5 ± 0.02) m. Para hacerlas comparables debimos sustraer el valor constante ("offset") de cada una. Este valor de referencia se encontró analizando la señal en una base de tiempo adecuada de modo que pudiésemos observarla completa en la pantalla. Dado que la forma básica de la señal es la de un escalón, el valor asintótico por debajo nos da la información deseada. El resultado puede observarse en la figura 3.

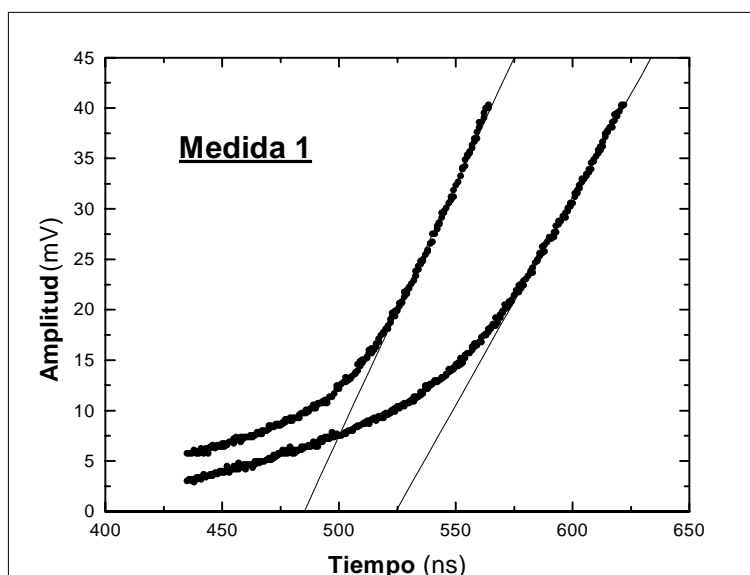


Figura 3: primera medida tomada. La idea de esta medición fue verificar que los resultados obtenidos se encontraban dentro del orden de magnitud esperado. Los puntos de la izquierda corresponden a $x = (0 \pm 0.001)\text{m}$ y los de la derecha a $x = (16.5 \pm 0.02)\text{m}$. Extrapolando a $y = 0$ sendos ajustes lineales (en trazo continuo) obtuvimos Δt . De ello se desprende $c = (0.423 \pm 0.138)\text{m/ns}$.

Una vez restado el valor constante a las señales, estábamos en condiciones de compararlas. Para ello razonamos del siguiente modo: para efectuar la comparación necesitamos alguna característica distintiva en la forma de la señal de manera que, una vez localizada la misma en ambas señales, sólo resta medir sus coordenadas de tiempo para contar con todos los datos pertinentes, el Δx y el Δt .

Como la curva experimental se despegaba muy lentamente del valor cero, la elección del citado punto introduce mucho error por lo que decidimos realizar un ajuste lineal sobre las partes de la curva más alejadas del cero (ver figura 3). El valor hallado para c fue $c = (0.423 \pm 0.138)\text{m/ns}$. Con el orden de magnitud garantizado, suponíamos que sólo con refinar las medidas lograríamos resultados de mayor calidad. Para ello mejoramos nuestras medidas de la distancia utilizando una cinta métrica y fundamentalmente trabajamos sobre otra zona de la señal. Como se esquematiza en la figura 4 la Medida 1 se realizó en la base de la señal, de ahí nuestra decisión de utilizar ajustes lineales sobre las mismas.

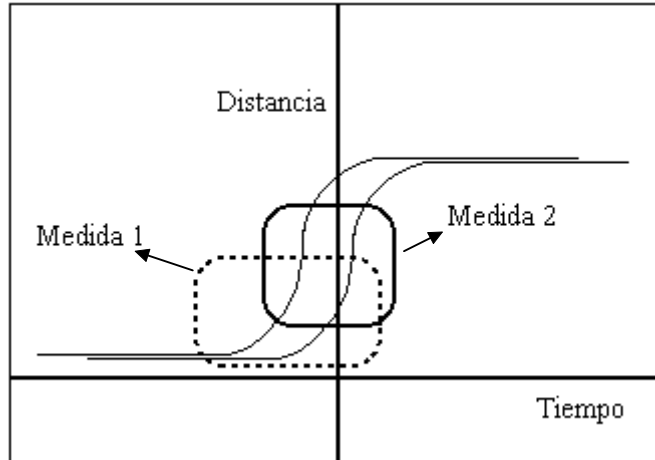


Figura 4: esquema de la curva experimental en el cual se muestra las regiones de toma de datos en las Medidas 1 y 2.

Con la Medida 2, en cambio, trabajamos directamente sobre la región media de la curva experimental, donde la linealidad es manifiesta. Las curvas medidas se grafican en la figura 5

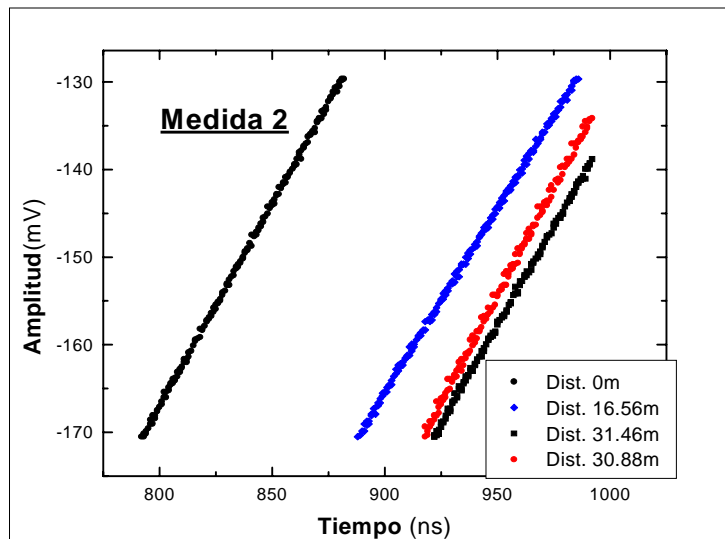


Figura 5: la segunda medida se tomó en la zona media de la señal. La suposición de igualdad entre las señales llevo a resultados más pobres que lo esperado.

Si tomamos como valor de la posición en el eje del tiempo al promedio de cada curva, con la desviación estándar como error del mismo, obtenemos un valor de $c \approx 0.2\text{m/ns}$; o sea seguimos manteniendo el orden de magnitud, pero no logramos ninguna mejora respecto de la Medida 1.

Esto se debe a que supusimos que los perfiles de las curvas eran idénticas entre sí (idea implícita en la figura 4) pero, como se dijo en la Introducción, esta hipótesis es errónea. La forma de las mismas depende fuertemente de la intensidad de iluminación que recibe el detector. Este inconveniente lo resolvimos guardando en la memoria del osciloscopio la señal, en una escala conveniente, de la distancia mas larga involucrada en la experiencia. Con esta señal de ajuste calibramos la intensidad de luz recibida por el detector en las otras distancias, de manera de conseguir una respuesta uniforme.

Con estos recaudos tomamos la última tanda de mediciones, la Medida 3, que graficamos en la figura 6. Para cada distancia se hizo la recolección por duplicado (salvo para la distancia de 11.32m).

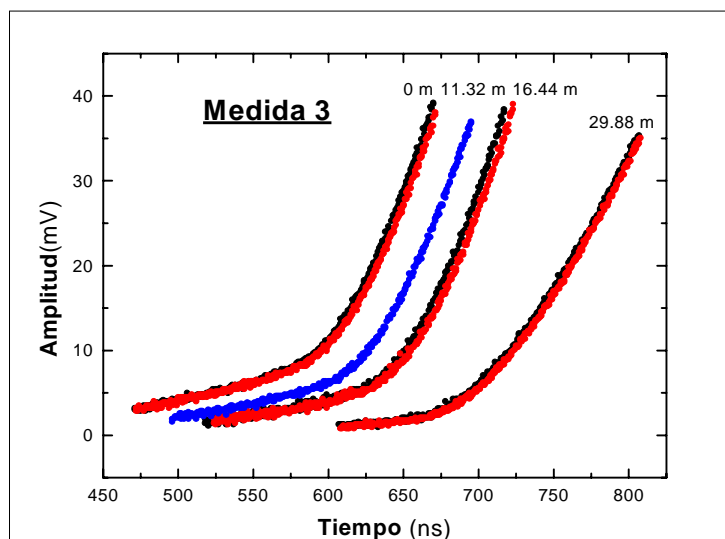


Figura 6: última tanda de datos. En la misma se controló la iluminación del detector, de manera que resulte equivalente para todas las distancias. Nótese que, sin embargo, la señal correspondiente a los 29.88m tiene un perfil diferente a las otras.

Pese a los cuidados, la señal correspondiente a los 29.88m tiene un perfil diferente a las otras curvas. Este hecho no puede achacarse a una mala calibración de la misma dado que fue hecha por duplicado, y estas coinciden entre sí. Evidentemente la respuesta del detector es, de alguna manera, sensible a la distancia. Dadas las escalas de tiempo involucradas, un mínimo error en el ajuste de calibración se ve amplificado, ya que la misma se realiza en una base de tiempo mayor a la ilustrada en la figura 6, donde la señal entra completa.

Por todo lo dicho los datos correspondientes a los 29.88m no fueron incluidos en el ajuste lineal que se muestra en la figura 8. Los valores que en la misma se muestran, fueron obtenidos de la siguiente manera: las distancias fueron medida de manera directa con una cinta métrica, y los correspondientes tiempos se consiguieron ajustando una recta a la parte lineal de cada curva mostrada en la figura 6 y extrapolando a la intersección con la ordenada cero. Los resultados se encuentran tabulados en la figura 7 y el ajuste se muestra en la figura 8.

<u>Tiempos (ns)</u>	<u>Distancias (m)</u>
585.3 ± 8.8	0 ± 0.001
584.9 ± 10	0 ± 0.001
612.3 ± 9.0	11.32 ± 0.002
644.5 ± 11	16.44 ± 0.002
642.4 ± 12	16.44 ± 0.002
701.8 ± 8.0	29.88 ± 0.005
695.5 ± 7.8	29.88 ± 0.005

Figura 7: Datos obtenidos en la última tanda de mediciones. Los mismos se hallan graficados en la figura 8.

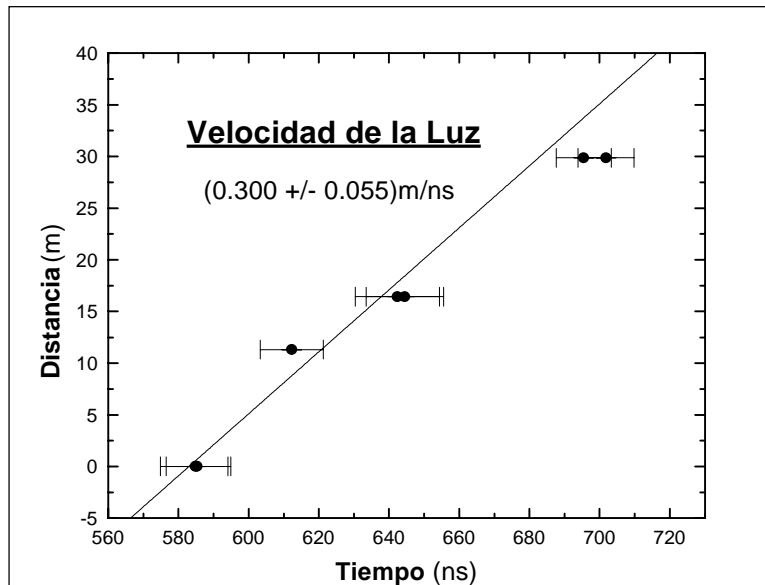


Figura 8: ajuste lineal de los datos pertenecientes a la última tanda (Medida 3), tabulados en la figura 7. Los últimos dos puntos no fueron tenidos en cuenta en el ajuste, que fue pesado por los errores en x. El resultado para el valor de c es $(0.300 \pm 0.055)m/ns$.

Debido a que los errores preponderantes se encuentran en la coordenada x , desarrollamos en una planilla de cálculo un algoritmo para calcular una regresión lineal que pesara los errores en x . En el Apéndice 1 se explica su principio.

El valor arrojado por el mismo para la pendiente de la recta, y por lo tanto de c es:

$$c = (0.300 \pm 0.055) \frac{\text{m}}{\text{ns}}$$

CONCLUSIÓN

La medición de la velocidad de la luz ofrece múltiples dificultades y contratiempos para un laboratorio de grado. A diferencia de la impresión que puede formarse con la lectura de la literatura habitual para este nivel (ver bibliografía), ésta se encuentra llena de sutilezas. Pero es justamente eso lo que hace de la realización de este experimento un hecho sumamente provechoso.

Comenzando con el manejo de componentes electrónicos en rangos de tiempo que son extremos para sus prestaciones, por ejemplo, o la necesidad de ajustes lineales que manejen errores en la coordenada x, hechos que nos adentraron en técnicas que no son enseñadas en los cursos de grado.

La medida propiamente dicha, nos comprometió con situaciones completamente ignoradas por la literatura como lo es la calibración de las señales para que resulten comparables.

El resultado obtenido es satisfactorio teniendo en cuenta el compromiso entre tiempo y recursos utilizados, pero dada la experiencia ganada sería interesante continuar la tarea de polarización del diodo receptor para disminuir los tiempos de respuesta.

BIBLIOGRAFÍA

1. J.A. Biretta, J. E. Lang, A simple velocity of light experiment, Am. J. Phys. **46**(11), Nov. 1978, Pag 1189.
2. Charles E. Tyler, A pedagogical Measure of the Velocity of Light, Am. J. Phys. **37**(11), noviembre 1969.
3. James L. Love, A pulsed LED Light Source, The Physics teacher Vol :32, Oct. 1994.
4. Newton C. Braga, Fibras Opticas “Circuitos prácticos”, Saber Electrónica N°49, Pag. 52, Julio 1991.

APÉNDICE

Para ajustar un conjunto de datos experimentales con errores en la coordenada x, con una recta se procede de la siguiente manera:

Como el error se encuentra en x, la mejor manera de ajustar la recta es minimizando la siguiente fórmula

$$S^2 \equiv \sum_i \omega_i \left(x_i - \frac{f_i}{b} + \frac{a}{b} \right)^2 \quad (\text{A1})$$

S^2 representa la suma de los cuadrados de la distancia entre los puntos experimentales y el valor del ajuste para un mismo valor de y ($y = f_i$), multiplicado por un factor de peso, ω_i definido como $1/\sigma^2$ (con σ en x). En (A1) 'a' representa la ordenada al origen y 'b' la pendiente.

Para simplificar la notación introduciremos dos nuevas variables:

$$A = \frac{a}{b}, \quad B = \frac{1}{b} \quad (\text{A2})$$

y además la notación de Gauss para las sumatorias:

$$[x] \equiv \sum_i x_i \quad (\text{A3})$$

Para minimizar S^2 pediremos que se anulen sus derivadas parciales:

$$\begin{cases} \frac{\partial S^2}{\partial A} = \sum_i \omega_i (x_i - f_i B + A) = 0 \\ \frac{\partial S^2}{\partial B} = -\sum_i \omega_i f_i (x_i - f_i B + A) = 0 \end{cases} \quad (\text{A4})$$

que en forma matricial y usando notación de Gauss resulta:

$$\begin{bmatrix} [\omega] & -[\omega f] \\ [\omega f] & -[\omega f^2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\omega x] \\ -[\omega x f] \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

La solución de éste sistema lineal nos da los coeficientes a y b que minimizan la función S^2 .

Esta puede obtenerse utilizando la regla de Cramer:

$$a = \frac{A}{B} = \frac{[\omega x][\omega f^2] - [\omega x f][\omega f]}{[\omega f][\omega x] - [\omega][\omega x f]} \quad (\text{A6})$$

$$b = \frac{1}{B} = \frac{[\omega f]^2 - [\omega][\omega f^2]}{[\omega f][\omega x] - [\omega][\omega x f]} \quad (\text{A7})$$

Para conseguir el error en el parámetro 'b' hacemos (recordar que estamos conciderando errores sólo en x):

$$\sigma^2(b) = \sum_j \left(\frac{\partial b}{\partial x_j} \right)^2 \Delta x_j^2 \quad (\text{A8})$$

con Δx_j el error en el j -ésimo dato experimental.

Reemplazando (A7) en (A8) se llega a:

$$\sigma^2(b) = \frac{b^2}{[\omega f][\omega x] - [\omega][\omega x f]} \left\{ [\omega f]^2 [\omega^2 \Delta x^2] + [\omega]^2 [(\omega f \Delta x)^2] - 2[\omega f][\omega][\omega^2 \Delta x^2 f] \right\} \quad (\text{A9})$$