

FÍSICA I

“Teoría de errores -Hitogramas”

Autores:

Pablo Iván Nickel - e-mail: pinikel@hotmail.com
Ma. Florencia Kronberg - e-mail: sil_simba@hotmail.com
Silvina Poncelas - e-mail: flo_kron@hotmail.com

Resumen: *Se efectuaron varias mediciones de un mismo mesurando a fin de adquirir datos suficientes para realizar un análisis estadístico y determinar la distribución estadística de las mediciones. También se buscó determinar el error asociado a la medición de una longitud medida.*

• Introducción:

En toda medición existen incertezas (o errores) asociadas en su determinación. Cuando realizamos una medición intentamos determinar el valor más representativo para la magnitud medida “*mejor valor*”, acotándola en un intervalo cuyos límites están determinados por sus correspondientes errores o incertezas de medición.

En forma analítica, se puede expresar el resultado como:

$$X - \Delta X \leq x \leq X + \Delta X \quad (1)$$

donde X representa el mejor valor de la magnitud medida x , y ΔX , la incerteza absoluta. Este valor, ΔX , está dado por:

$$\Delta X^2 = \mathbf{s}_{\text{nom.}}^2 + \mathbf{s}_{\text{est.}}^2 \quad (2)$$

donde $\mathbf{s}_{\text{nom.}}$ representa el error nominal que viene dado por diferentes incertezas (apreciación, método, definición, interacción y exactitud) y $\mathbf{s}_{\text{est.}}$ representa los errores estadísticos (debidos a causas fortuitas).

Con una cantidad considerable de mediciones, se puede realizar un histograma (gráfico que relaciona la frecuencia con que un dato o conjunto de datos se da dentro de una determinada muestra), cuyos parámetros más importantes de distribución son los siguientes:

- *Valor medio:* es el promedio de los datos obtenidos en las mediciones.
- *Varianza.*
- *Desviación estándar.*

Las dos últimas variables caracterizan la dispersión de los datos alrededor del valor medio.

A partir de estos tres parámetros se puede calcular una función que caracteriza matemáticamente la distribución de probabilidad de ocurrencia de las mediciones. Existen valores con los que puede determinarse la localización de una distribución de un conjunto de N datos:

- *Media*: es la media aritmética de los valores observados.
- *Mediana*: valor de la variable que separa el primer cincuenta por ciento de los datos de la segunda mitad.
- *Moda*: es al valor de la variable que en un histograma corresponde a un máximo.

• **Descripción de la experiencia:**

Se eligió como mesurando la longitud de un escritorio de aproximadamente 1 metro. El instrumento de medición utilizado fue una regla metálica graduada en milímetros, por lo que se asigna al error de apreciación ($\sigma_{\text{apreciación}}$) el valor 1 mm. El método de medición elegido fue determinar cuántas veces la regla y fracciones de ella entran en la longitud de la canaleta.

Se realizaron cinco mediciones a fin de obtener el número óptimo de mediciones ($N_{\text{op.}}$), el cual define el número más acertado de mediciones a realizar de un mesurando a fin de que el error estadístico sea aproximadamente igual al error nominal.

Habiendo calculado previamente el error “promedio” de cada medición (S_x) mediante:

$$S_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2}{N - 1} \quad (3)$$

se procede al cálculo del número óptimo de mediciones, mediante la ecuación:

$$N_{\text{op.}} = \left(\frac{S_x}{s_{\text{nom.}}} \right)^2 \quad (4)$$

(Para esta expresión se considera $\sigma_{\text{nominal}} = \sigma_{\text{apreciación}} = 0,1 \text{ cm.}$)

El valor obtenido para $N_{\text{op.}}$ es 0,7; por lo tanto, una sola medición es suficiente.

Se realizan otras setenta mediciones del escritorio, con el fin de obtener datos suficientes para la confección de un histograma.

Las mediciones a realizar se dividen entre los integrantes del equipo y se confeccionan histogramas utilizando conjuntos de veinticinco mediciones (figuras N° 1, 2 y 3) y se realiza también un histograma para la totalidad de las mediciones efectuadas (figura N° 4).

A fin de calcular la curva normal correspondiente a cada histograma, se calculan los parámetros estadísticos descriptos a continuación:

- El valor medio, mediante la ecuación (5),

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i \quad (5)$$

- La varianza, utilizando la ecuación (6),

$$s_x^2 = \sum_{j=1}^m (x_j - \bar{x}) \cdot f_j \quad (6)$$

- El error del valor medio (*desviación estándar de la media*) está dado por la ecuación (7):

$$s_{est} = s_x = \frac{s_x}{\sqrt{N}} \quad (7)$$

Los resultados obtenidos se detallan en la tabla N° 1:

Observador	\bar{x} (cm)	s_x (cm)
1	125,7	0,1
2	125,7	0,1
3	125,7	0,1
Total	125,7	0,1

Tabla N° 2.

Valores de \bar{x} y s_x para las mediciones efectuadas por cada integrante del equipo.

La curva normal se calcula (en todos los casos) mediante la ecuación (8):

$$f(x) = N(x, m, s) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(x - m)^2}{2s^2}\right] \quad (8)$$

Donde $\sigma = \sigma_x$ y $m = \bar{x}$

A cada uno de los histogramas se adjunta la curva normal (calculada con la ecuación (8)). De la evaluación de cada gráfico se hallan la media, la mediana y la moda. Los valores de estas variables se exponen en la tabla N° 2.

Histograma	Media (cm)	Mediana (cm)	Moda (cm)
Fig. N° 1	125,69	125,7	125,7
Fig. N° 2	125,69	125,7	125,7
Fig. N° 3	125,73	125,8	125,8
Fig. N° 4	125,70	125,7	125,7

Tabla N° 2:

Valores de media, mediana y moda para los gráficos analizados. El valor de la media se informa con dos cifras significativas a fines comparativos.

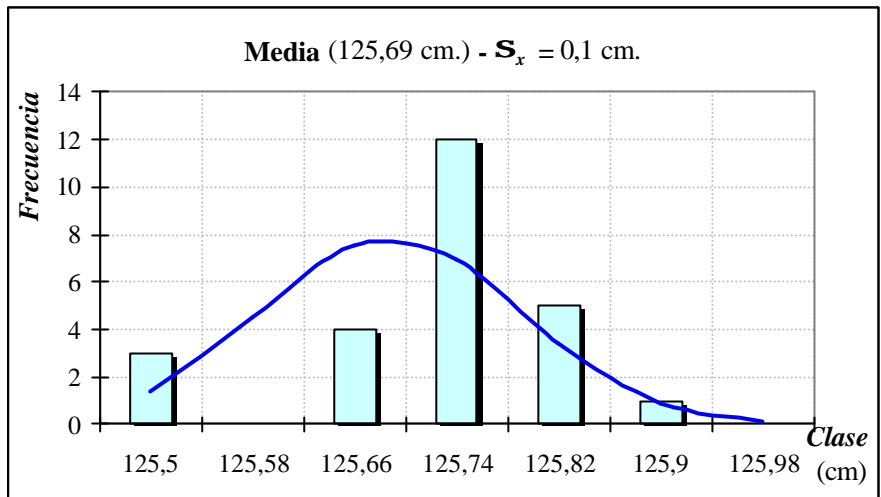


Figura N° 1.
Histograma confeccionado con las primeras veinticinco mediciones del mesurando.

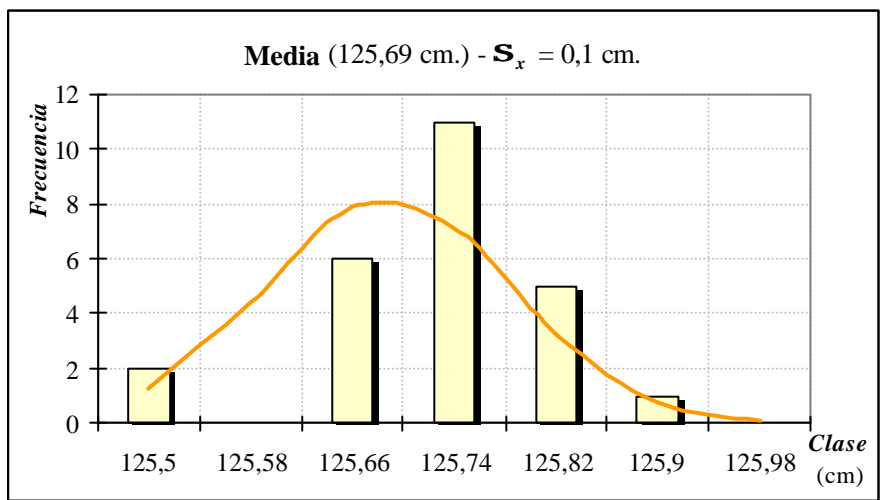


Figura N° 2
El histograma aquí representado se realizó utilizando las siguientes veinticinco mediciones de la longitud

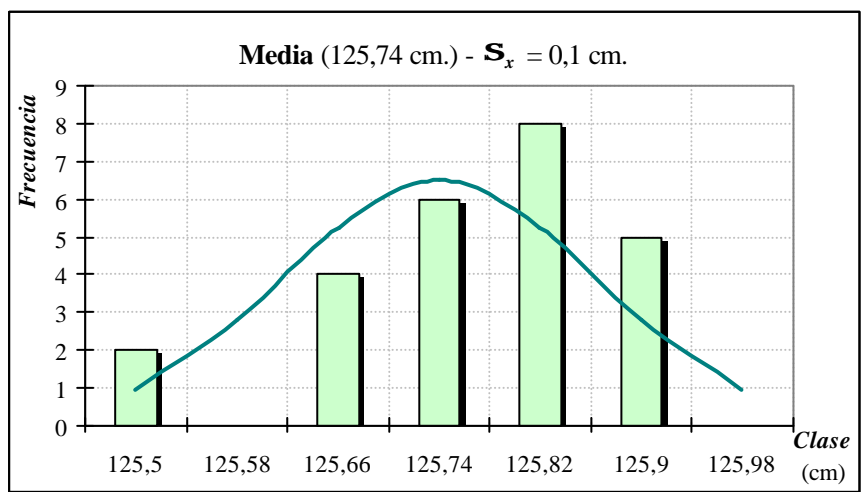


Figura N° 3.
El histograma aquí expuesto se elaboró a partir de las últimas veinticinco mediciones del escritorio.

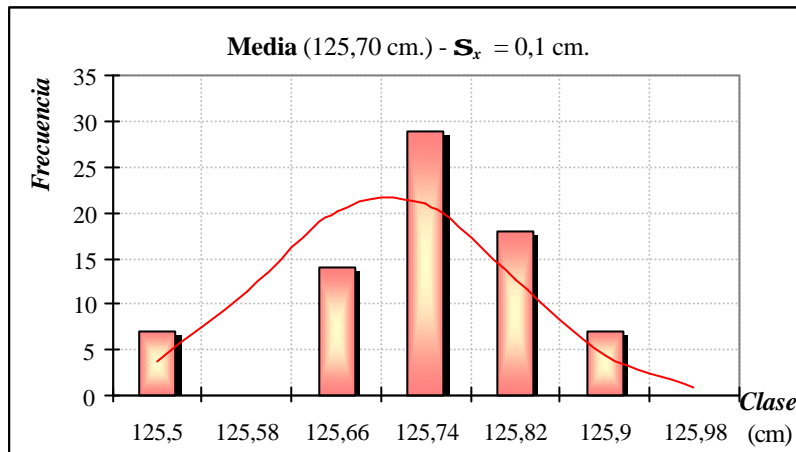


Figura N° 4:

En base a la totalidad de los valores obtenidos sucesivamente para el mesurando, se confeccionó el histograma arriba reproducido.

Combinando el error estadístico (calculado a través de la ecuación (7)) con el error nominal, se obtiene el error efectivo (ver ecuación (2)):

$$\sigma_{\text{efect.}} = 0,145 \text{ cm.} \cong 0,2 \text{ cm.}$$

Puede expresarse ahora el valor del mesurando como sigue:

$$x = (125,7 \pm 0,2) \text{ cm.}$$

(donde x representa la longitud del escritorio)

Se calcula entonces el error porcentual a partir de la ecuación (9):

$$\epsilon_x \% = \frac{\Delta X}{X} 100 \quad (9)$$

El valor obtenido para $\epsilon_x \%$ es $0,159 \% \cong 0,2 \%$.

- **Conclusión:**

En los cuatro casos analizados, puede observarse que los valores de media, mediana y moda (parámetros con los que puede caracterizarse la distribución de los datos) coinciden.

Puede observarse que los histogramas tienen una distribución que está razonablemente descrita por una distribución normal. Nuestras observaciones muestran que σ_x (desviación estándar de la muestra) es independiente del número de mediciones efectuado (N).

Los resultados obtenidos por cada uno de los observadores coinciden. El mejor valor es 125,7 cm.