

Ondas Acústicas

Universidad Favaloro, Facultad de ingeniería

AUTORES:

Avila, Fernando
Luna, Pablo
Picon, Javier

e-mail: fernandoaavila@yahoo.com

e-mail: pablo_nicolas@hotmail.com

e-mail: javier8@dymail.com.ar

El presente informe describe un sencillo experimento para calcular la velocidad del sonido con un error del orden del 10%. El dispositivo consiste en un resonador de helmholtz de área transversal cilíndrica. Este sistema es análogo (y digno de ser emulado) a un sistema masa resorte o bien a un circuito L-C, lo que nos permite establecer una comparación.

Introducción:

Nuestro objetivo es calcular la velocidad del sonido teniendo en cuenta un margen de error del 10% ergo, utilizaremos para llevar a cabo dicho propósito una botella de vino de 735 ml.

Comenzaremos el experimento haciendo resonar la botella a distintas frecuencias (200Hz - 800Hz); para lo cual variaremos el volumen de la misma. Como contrapartida de lo enunciado anteriormente, llenaremos la botella con agua a diferentes niveles lo cual nos permitirá obtener la relación frecuencia - Volumen.

Helmontz propuso un modelo simple para comprender el comportamiento de la frecuencia fundamental de un resonador de este tipo (Resonador de Helmontz), cuya característica esencial es la oscilación del aire alojado en el cuello de la botella, el cual causa en forma alterna compresiones y descompresiones del aire en el cuerpo del dispositivo.

Otrosí el sistema puede ser comparado con un sistema masa resorte, donde m es la masa del tapón aire alojado en el cuello de la botella y k , constante de elasticidad, esta dada por la característica elástica del gas dentro del cuerpo de la botella.

Descripción teórica:

Por simplificación de problema, se considera la botella como dos cilindros de diferentes diámetros, como se muestra en la fig. 1.

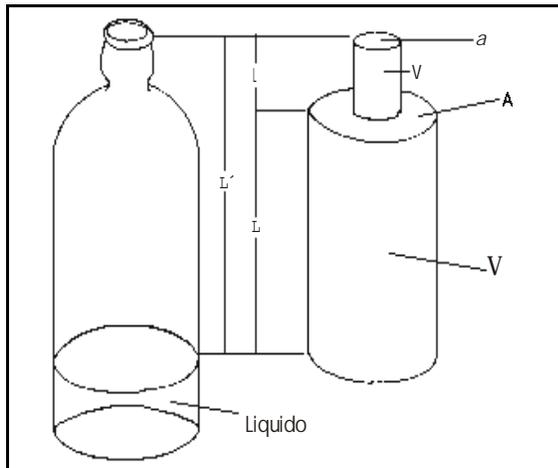


Fig. 1. Botella como resonador de helmholz

La frecuencia angular de un sistema masa resorte esta dada por:

$$\omega^2 = k/m$$

donde k es la constante del resorte, que en nuestro caso sería la propiedad elástica

del gas contenido en la botella (cilindro grande) y m es la masa del tapón del aire alojado en el cuello de la botella (cilindro chico).

Si δ es la densidad del gas y v es el volumen del cilindro chico, se puede calcular la masa dada por $m = \delta v$. La constante del resorte asociada al gas contenido en el interior de la botella se puede determinar por los cambios de presión de este gas ejercidos por el tapón de aire. La fuerza ejercida por el tapón de aire es

$F = a \Delta p$, donde a es el área del cuello de la botella, y Δp es la diferencia de presión

entre el interior y el exterior de la botella.

Estos cambios de presión se pueden relacionar con los cambios del volumen del gas contenidos en la botella a través de la compresibilidad del gas,

$$\zeta = 1/B = - (1/V) (\Delta V/\Delta p)$$

V y ΔV están referidos al volumen y a los cambios de este dentro del cuerpo de la botella. Si el tapón de aire en el cuello de la botella se mueve un distancia Δx el volumen del gas dentro de la misma cambia en $\Delta V = \Delta x a$, y la fuerza que actúa en el del tapón de aire esta dada por

$$F = -(a^2 / V \zeta) \Delta x = -K \Delta x$$

Sabiendo que la velocidad del sonido se puede expresar en términos de la compresibilidad del gas $c^2 = B/\delta = 1/\delta \zeta$, podemos recalcular la frecuencia angular como,

$$\omega^2 = k/m = a^2 c^2 / v V = (a/A)(c^2 / L l) \quad \text{Eq.(1)}$$

usamos el modelo de la figura 1 para cal-

NOTA : La Eq. 1 no se restringe solo a áreas circulares.

cular los volúmenes $v = a l$ y $V = A L$.

Al dividir la botella en 2 cilindros se obtiene, apartir de la Eq. 1, la longitud total de la botella como:

$$L' = L + l = (a c^2 / 4 \pi^2 l A)(1/f^2) + l \quad \text{Eq.(2)}$$

donde ω es remplazado por $2\pi f$. Si estos argumentos se aman apartir de volúmenes la ecuación resultantes es:

$$V' = V + v = (a c^2 / 4 \pi^2 v)(1/f^2) + v$$

Procedimiento:

Se dispuso de un emisor acústico (parlante) conectado a un generador de funciones que puede emitir sonidos puros - es decir una frecuencia bien definida -. También se dispuso de un detector de sonido (micrófono) conectado a un amplificador el cual va a un canal del osciloscopio; en el otro canal se observaba la señal producida por el generador. (figura 2).

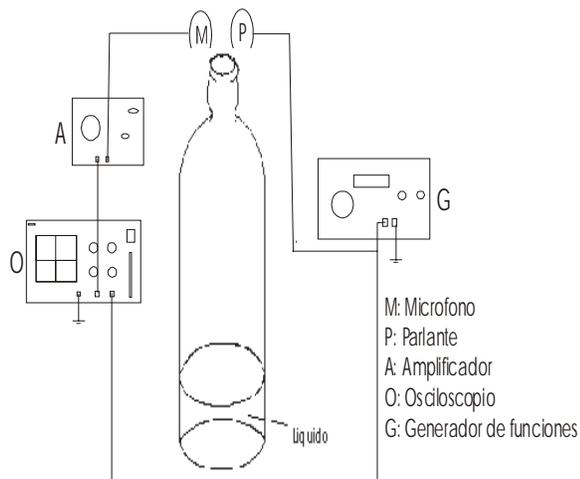


Figura 2. Diagrama del experimento.

Emitimos un rango de frecuencias (200Hz – 800Hz) y se observó a qué frecuencia (frecuencia fundamental) resonaba el sistema, cuando se variaba el volumen de la botella (llenándola de agua).

Las dimensiones de la botella fueron tomadas a partir de conocer el volumen de la misma, luego se introdujo un escalímetro para poder conocer su altura; una vez conocidas estas dos magnitudes se procedió a conocer los diámetros de la misma y así poder calcular el área y vo-

lúmenes de cilindros (ver figura 1).

Los errores de medición asociados a los instrumentos de medición fueron tomados en cuenta. La tabla 1 muestra las dimensiones de la botella.

Volumen de la botella	$735 \pm 5 \text{ ml}$
Altura botella	$28 \pm 0.2 \text{ cm}$
Radio del cuello (cilindro chico)	$1.63 \pm 0.2 \text{ cm}$
Radio del tubo (cilindro grande)	$3.33 \pm 0.2 \text{ cm}$
Altura cilindro chico	$9.1 \pm 0.4 \text{ cm}$
Altura cilindro grande	$18.9 \pm 0.2 \text{ cm}$

Tabla 1. Dimensiones de la botella de vino

Una vez obtenidos los datos de la relación frecuencia-volumen, se realizó un gráfico (L vs $1/f^2$) y se obtuvo el valor aproximado de la velocidad del sonido.

Resultados:

El gráfico (L vs $1/f^2$) obtenido como se observa en la figura 3, muestra una relación lineal, y se asemeja a la Eq.2, corroborando así la efectividad del desarrollo teórico y comportándose como un resonador de Helmholtz. Los errores asociados en la pendiente se deben a que se tomó la botella como 2 cilindros ideales y las diferentes condiciones de contorno (humedad, temperatura, presión, etc.), las que producen variación en el valor de la velocidad del sonido (*se sabe que la velocidad del sonido en un gas varía como la raíz cuadrada de la tempera-*

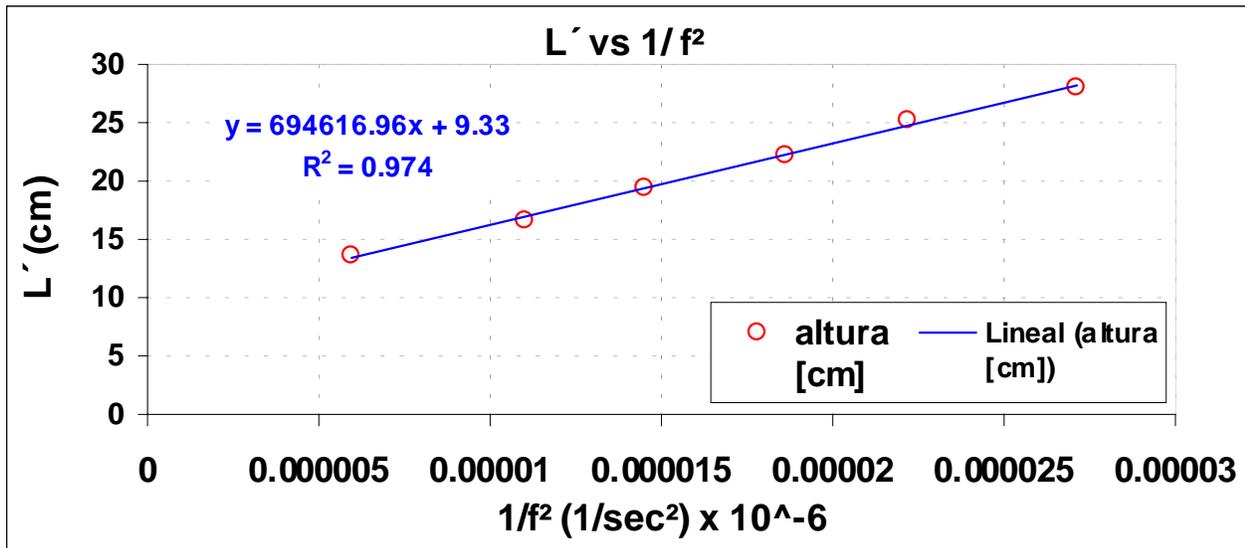


Figura 3. Relación frecuencia-volumen.
Se asemeja a la Eq.2

Apartir de la pendiente de la recta se obtiene la velocidad del sonido,

$$c = (322 \pm 32) \text{ m/s}$$

Observaciones:

Si se quiere conocer la energía del sistema, es decir la energía cinética y potencial, podemos analizar la energía del sistema masa resorte y establecer la diferencias:

$$E_c = (1/2) m v^2 = (1/4)(\delta v) w^2 (u_0)^2$$

$$E_p = (1/2) k x^2 = (1/4)[(\delta a c^2) / V] (u_0)^2$$

donde u_0 es la amplitud. Se puede observar en la ecuaciones que la energía cinética y potencial dependen del volumen del tapón de aire y del volumen dentro de la

botella respectivamente. Al aumentar el volumen de tapón de aire aumenta la energía cinética, y al aumentar el volumen del cuerpo de la botella (cilindro grande) disminuye la energía potencial. Una observación importante es que a mayor frecuencia, mayor será la energía cinética.

Haciendo una analogía con un circuito L-C se observa la similitud con nuestro experimento donde la inversa de la capacidad se comporta como la constante de elasticidad del sistema masa resorte, la cual está dada por la característica del gas dentro del cuerpo de la botella; y donde la inductancia se comporta como la masa del tapón de aire alojado en el cuello de la botella.

Por lo tanto es lógico que la variación del volumen del cuerpo de la botella, similar a utilizar un capacitor variable, produzca distintas frecuencias (fundamentales) de resonancia.

Conclusiones:

Finalmente – luego de un análisis minucioso -, podemos detallar varias conclusiones dignas de tenerse en cuenta:

- **Las frecuencias de resonancias varían según el volumen y su relación es inversamente proporcional, esto se refiere claramente a que a mayor volumen, menores serán las frecuencias; y a menor volumen, mayores serán las frecuencias.**
- **Queda demostrado que no es necesario un complejo método para llevar a cabo la tarea de medir la velocidad del sonido.**
- **El experimento no solo permite la comparación con un sistema masa resorte sino que también tiene su análogo en la parte eléctrica, si es que tenemos en consideración un circuito L-C**
- **Y finalmente llegamos a una conclusión – como consecuencia de la anterior -, esta es que la Física (Ciencia que estudia las propiedades de la materia y de la energía) puede encarar el estudio de un determinado problema desde distintos puntos de vista.**

Agradecimientos:

Al Ingeniero Salvador Gil por su colaboración en el análisis del experimento, y a la Universidad Favaloro, Facultad de Ingeniería por ceder sus aulas y materiales para llevar a cabo el proyecto.

Bibliografía:

- Gary R. Smith and P.D. Loly (Am. J. of Phys. 47 (6) June 1979, The great beer bottle experiment)
- Robert Resnick and David Halliday, Physics Part I (Wiley, New York, 1966), p.500.
- Mark P. Silverman and Elizabeth Worthy (The Physics Teacher, vol. 36, Feb. 1998, Musical mastery of a coke)