

# Aplicación del método de Rüchardt para la determinación del cociente entre los calores específicos a presión y volumen constante del aire

Emiliano Castillo, Uriel Sebastián Novick y Pablo Palacios

[emilianocastillo@yahoo.com.ar](mailto:emilianocastillo@yahoo.com.ar), [urielnovick@yahoo.com.ar](mailto:urielnovick@yahoo.com.ar), [pablopalacios@uol.com.ar](mailto:pablopalacios@uol.com.ar)

*Laboratorio III, Facultad de Ingeniería, Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad Favaloro, Buenos Aires, Argentina*

En este trabajo describimos el método de Rüchardt para determinar el cociente entre los calores específicos a presión y volumen constante de un gas. Nuestra realización se basa en la utilización de elementos disponibles actualmente en laboratorios universitarios. A través de este método, determinamos el cociente entre los calores específicos del aire. La experiencia permite integrar conceptos de mecánica (más precisamente de ondas) con conceptos de termodinámica, por lo cual constituye una buena alternativa para ser implementada en los laboratorios básicos.

## Introducción

Hasta hace no mucho tiempo atrás, la realización de experimentos termodinámicos que fueran sencillos y conceptualmente relevantes para alumnos de niveles universitarios básicos, resultaba muy difícil. Con los avances en la tecnología, fue posible proveer a los laboratorios universitarios de sensores que permiten la adquisición de datos en forma fácil y precisa, a la vez que no imponen limitación en la cantidad de datos que se pueden coleccionar<sup>[2,3,4]</sup>. Así, con la ayuda de uno de estos sensores (específicamente uno de presión), nos fue posible reproducir el método de Rüchardt, el cual permite medir el cociente  $\gamma$  entre los calores específicos a presión constante,  $c_p$ , y a volumen constante,  $c_v$ , para un gas:<sup>[1]</sup>

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (1)$$

## Experimento

Dado que para el siguiente experimento nos basaremos en el método de Rüchardt, comenzaremos dando las bases a partir de las cuales se diseña el dispositivo para realizar la experiencia.

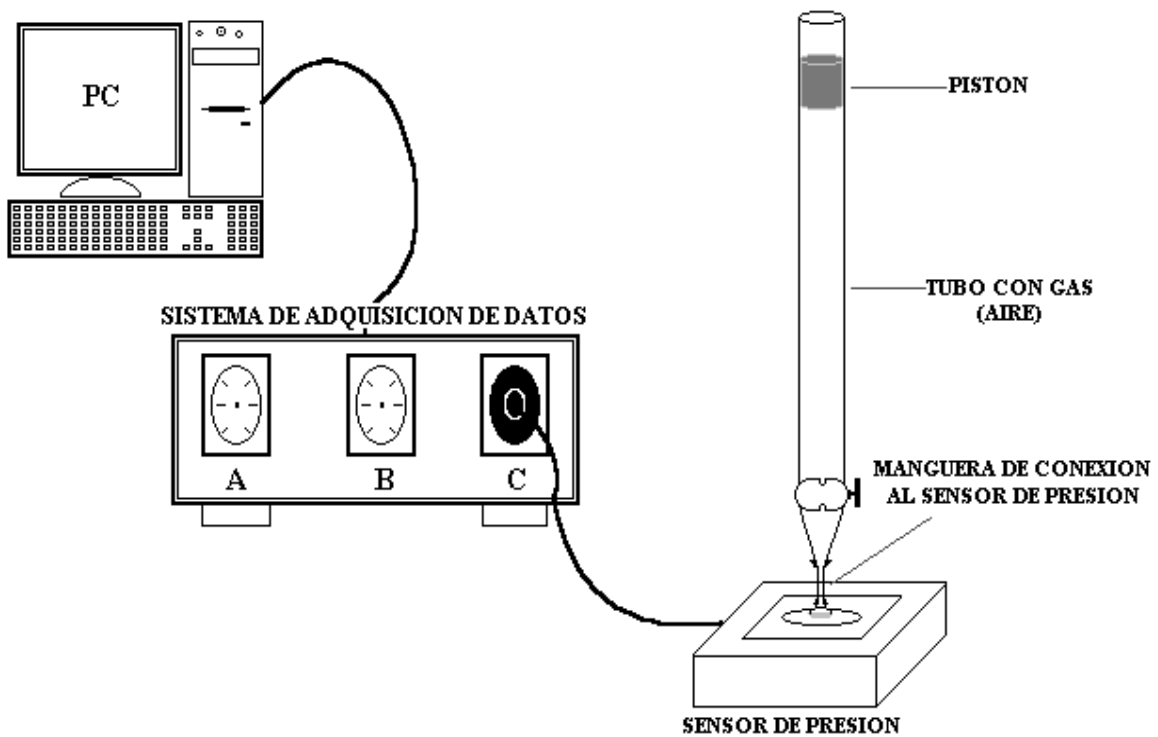
### • Dispositivo experimental

Un proceso adiabático reversible de un gas ideal obedece a la ley de Poisson:<sup>[1]</sup>

$$PV^\gamma = cte \quad (2)$$

donde  $\gamma$  es el cociente  $c_p/c_v$ , entre el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante. La teoría predice que el valor de  $\gamma$  es  $\gamma = 1 + 2/j$ , donde  $j$  es el número de grados de libertad de las partículas que constituyen el gas en consideración. Para el aire, que es una mezcla de gases diatómicos (principalmente Nitrógeno y Oxígeno),  $j = 5$  (ya que las moléculas tienen 3 grados de libertad traslacionales y 2 rotacionales), con lo cual resulta que  $\gamma = 7/5 = 1.4$ .

El experimento consiste en el análisis de una serie de compresiones y expansiones adiabáticas reversibles, producidas por un pistón deslizable que oscila dentro de un tubo de vidrio en posición vertical, el cual, a su vez, está unido a un sensor de presión por medio de una manguera corta. El dispositivo se representa en la Figura 1.



**Figura 1:** Dispositivo experimental principal.

El volumen  $V$  ocupado por el gas en estudio (aire) es igual a la suma de los volúmenes del tubo y de la manguera (ver Figura 1). Asumiendo que no existe fricción ni pérdida de gas entre el pistón y el tubo, se puede considerar que el gas interactúa con el medio exterior sólo a través del pistón. Si el pistón, de masa  $m$ , es insertado en el tubo a presión atmosférica  $P_0$ , la condición de equilibrio se consigue en el campo gravitacional por una presión  $P$  apenas mayor que  $P_0$ :

$$P = P_0 + mg/A \quad (3)$$

donde  $A$  es la sección transversal del tubo y  $g$  es la aceleración de la gravedad. Esto se debe a que, para que el sistema esté en equilibrio, la presión que el gas ejerce sobre la base del pistón debe compensar el peso  $mg$  del mismo.

Tomando como eje de referencia  $x$  a la vertical (ver Figura 2), la fuerza total está dada por  $F = (P - P_0)A - mg = 0$ . Desplazando el pistón una distancia  $x$  de su posición de equilibrio, el cambio de volumen en el sistema es:

$$\Delta V = xA \quad (4)$$

y, por lo tanto, la fuerza que actúa sobre el pistón es:

$$F = A\Delta P \quad (5)$$

Si consideramos solamente cambios pequeños tanto en la presión como en el volumen, se puede asumir que el proceso es reversible, y que el cambio en la presión,  $dP$ , y el cambio en el volumen,  $dV$ , se relacionan a través de la forma diferencial de la ecuación de Poisson:

$$dP = -(\gamma P/V)dV \quad (6)$$

La fuerza  $F$  que actúa sobre el pistón, cuando el desplazamiento  $x$  del mismo produce un cambio  $dP$  en la presión del gas, puede escribirse de la siguiente forma:

$$F = AdP = -A(\gamma P/V)dV = -A^2(\gamma P/V)x \quad (7)$$

De la ecuación (7), se ve que la fuerza es cuasielástica (es decir, tiene la forma  $F = -kx$ , donde la "constante elástica" en este caso es  $k = \gamma A^2 P/V$ ). El parámetro  $k$  no es estrictamente una constante (depende del cociente  $P/V$ ), pero se puede aproximar a una constante si los cambios relativos  $dV$  y  $dP$  son pequeños. La oscilación libre del pistón en el tubo debe ser por lo tanto aproximadamente armónica, por lo cual obedece a la siguiente ecuación diferencial:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\gamma PA^2}{mV}x = -\omega^2x \quad (\text{segunda ley de Newton}) \quad (8)$$

donde la frecuencia angular  $\omega$  es:

$$\omega = 2\pi/\tau = \sqrt{\frac{\gamma PA^2}{mV}} \quad (9)$$

Aquí,  $\tau$  es el período de oscilación del pistón, y el coeficiente  $\gamma$  puede ser calculado a partir de las cuatro cantidades medibles:  $m$ ,  $A$ ,  $P_0$ ,  $\omega$  (o  $\tau$ ):

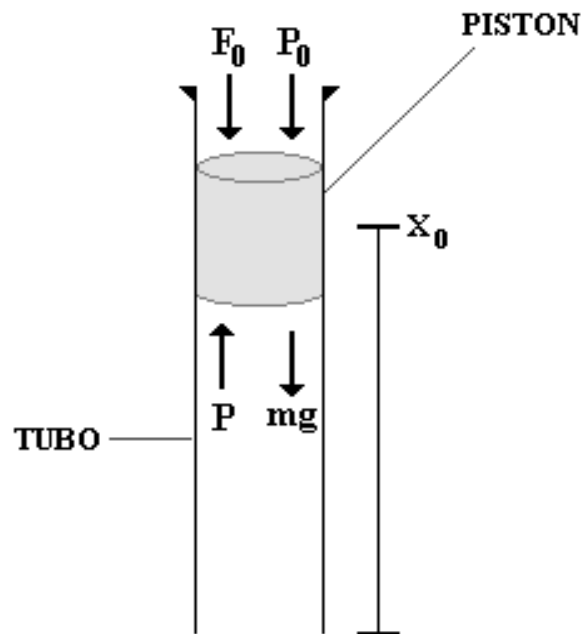
$$\gamma = \frac{mV}{A^2 P \omega^2} = \frac{4\pi^2 mV}{A^2 P \tau^2} \quad (10)$$

### • Procedimientos para la toma de datos

Para el desarrollo de la experiencia se utilizaron dos tubos de vidrio de distintos diámetros internos. Los tubos fueron dos buretas de laboratorio. Los pistones fueron cilindros de bronce de unos 2.5 cm de largo especialmente torneados para lograr compatibilidad con los tubos de vidrio.

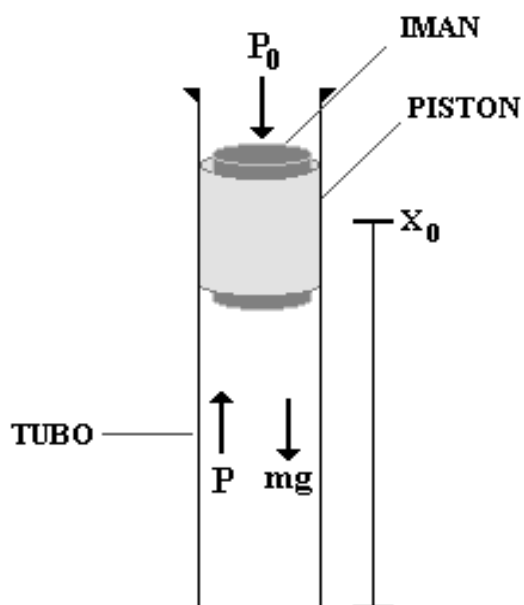
Para medir los cambios de presión cuando oscilaban los pistones, se utilizó un sensor de presión que se conectó a un sistema de adquisición de datos. Este sensor estaba conectado al tubo a través de una manguera plástica, de sección y longitud bien determinadas (ver Figura 1).

Se recurrió a dos alternativas para forzar una oscilación en los pistones. En la primera experiencia se utilizó un pistón macizo y, para poner el pistón a oscilar, se le imprimió al mismo una fuerza vertical inicial (ver Figura 2).



**Figura 2:** Dispositivo utilizado en la primera experiencia. Aquí,  $F_0$  es la fuerza inicial que se le imprime al pistón para forzar su oscilación.

Para la segunda experiencia, se perforó un pistón, y se le colocó en el centro un imán cilíndrico. Así, utilizando una barrita de hierro, se atraía el pistón hasta la abertura superior del tubo, y luego, retirando la barra, el pistón caía y procedía a oscilar libremente (ver Figura 3).

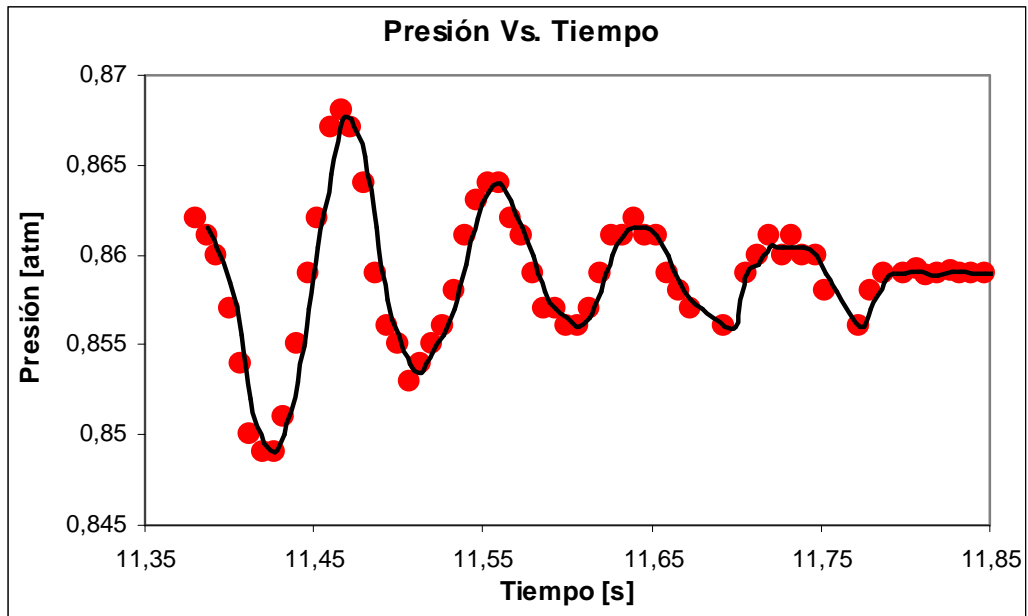


**Figura 3:** Dispositivo utilizado en la segunda experiencia.

## Resultados

Para ambas experiencias, se realizó varias veces el procedimiento correspondiente, y se tomó, en cada caso, el valor promedio de los  $\gamma$  obtenidos en cada medición.

Para la primera experiencia, se utilizó un tubo de diámetro  $d = (0.0097 \pm 0.0002)$  m, un pistón de masa  $m = (7.8538 \pm 0.0001)$  g, y el volumen total que ocupaba el gas (volumen del tubo + volumen de la manguera de conexión al sensor) resultó  $V = 1.61 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>. Los resultados típicos de la variación de la presión en el tubo debido a la oscilación del pistón se muestran en la Figura 4.

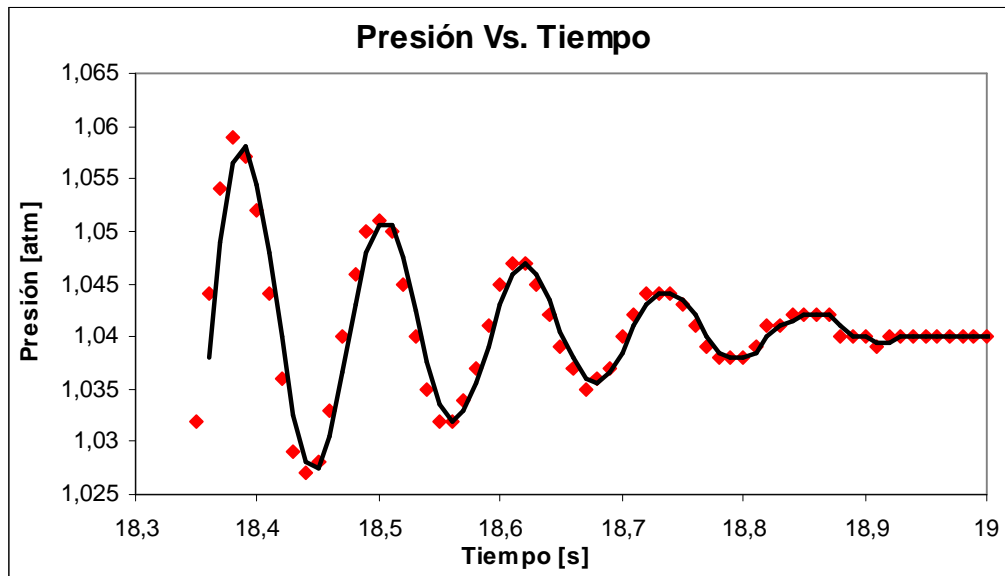


**Figura 4:** Variación de la presión en función del tiempo para el pistón de masa  $m= (7,8538 \pm 0.0001)$  g y un tubo de diámetro  $d= 9,74596 \text{ E-3}$  m.

A partir de la Fig. 4, es posible obtener tanto un período promedio de la oscilación del pistón, como la presión  $P$ , a la cual el sistema alcanzaba el equilibrio (cuando se realizó esta experiencia, la presión atmosférica era muy baja  $P_0 \approx 0.8578 \text{ atm}$ ); reemplazando todos los datos en la ecuación (10), y efectuando un promedio de todos los valores de  $\gamma$  obtenidos, tenemos:

$$\bar{\gamma}_1 = (1,47 \pm 0.12)$$

Para la segunda experiencia, se utilizó un tubo de diámetro  $d= 7.55$  mm, un pistón de masa  $m = (5.7536 \pm 0.0001)$  g, y el volumen total que ocupaba el gas fue  $V = 1.77 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ . Un resultado representativo de la variación de la presión en el tubo debido a la oscilación del pistón se muestra en la Figura 5.



**Figura 5:** Variación de la presión en función del tiempo para el pistón de masa  $m = (5.7536 \pm 0.0001)$  g y un tubo de diámetro  $d = 7.55$  mm.

Al igual que en la primera experiencia, a partir de este gráfico fue posible obtener un período promedio de la oscilación del pistón, y la presión  $P$  a la cual el sistema alcanzaba el equilibrio (que en este caso fue  $P_0 \approx 1.04 atm$ ); reemplazando todos los datos en la ecuación (10), y efectuando un promedio de todos los valores de  $\gamma$  obtenidos, tenemos:

$$\bar{\gamma}_2 = (1,39 \pm 0.04)$$

## Conclusiones

Observando los resultados de las Figuras 4 y 5 vemos claramente que la variación del desplazamiento del pistón en el tubo ajusta a las características de una oscilación amortiguada. A partir de los datos que estos gráficos nos proporcionan, y aquellos que son característicos de las componentes del sistema y tomando de la bibliografía<sup>[1]</sup>  $\gamma = 1.4$  como valor de referencia, logramos obtener valores que están sujetos a una discrepancia del 5% para  $\gamma_1$  y del 0.7% para  $\gamma_2$ .

El hecho de que la discrepancia sea mayor para la primera experiencia se debe a que la oscilación del pistón fue forzada, por lo cual, al no haber tomado en consideración la fuerza inicial  $F_0$ , se está introduciendo un error inicial en cuanto a la variación del volumen y de la presión en el tubo. Asimismo, obsérvese de la ecuación (9) que, variando el volumen ocupado por el gas, se puede variar la frecuencia de oscilación  $\omega$  del pistón.

La menor incertidumbre en el resultado de  $\gamma$  de la segunda experiencia da a entender que ésta es la mejor de las dos alternativas, ya que el pistón comienza a oscilar por su propio peso, con lo cual se elimina la influencia extra que introduce una fuerza externa.

Asimismo, gran parte del error en las mediciones se debe a que las secciones de los tubos utilizados no eran muy uniformes. Si se hubieran utilizado tubos de precisión, probablemente hubiera sido más difícil lograr que los pistones entren a medida, pero se hubieran corregido en gran parte los resultados obtenidos.

A modo de consejo, debe cuidarse de mantener limpia la sección interna de los tubos que se utilicen, ya que, al calzar de forma tan exacta el pistón en el tubo, hasta una pelusa podría hacer que el pistón se trabe dentro del mismo, o afectar en gran medida las oscilaciones del pistón, con lo cual los resultados obtenidos estarían sujetos a errores que se podrían haber evitado.

Vemos por los resultados que se obtuvieron que las experiencias con el método de Rüchardt proporcionan una alternativa fácil, económica, precisa y altamente integradora para un curso experimental de termodinámica.

## **Agradecimientos**

Agradecemos al Laboratorio de Bajas Temperaturas del Depto. de Física de la FCEyN de la UBA el préstamo de un torno para la fabricación de los pistones y a los Sres. O. Pagani y D. Rodríguez Melgarejo por asistencia técnica.

## **Referencias**

- 1) M. Zemansky, *Calor y termodinámica*, Aguilar, Madrid, 1964.
- 2) G.D. Severn, T. Steffenson, "A simple extension of Rüchardt's method for measuring the ratio of specific heats of air using microcomputer-based laboratory sensors", *Am. J. Phys.* **69**, 387-388 (2001).
- 3) D.G. Smith, "Simple  $C_p/C_v$  resonance apparatus suitable for the physics teaching laboratory", *Am. J. Phys.* **47**, 593-596 (1979).
- 4) J.L. Hunt, "Accurate experiment for measuring the ratio of specific heats of gases using an accelerometer", *Am. J. Phys.* **53**, 696-697 (1985).