

1 Estudio del Efecto Doppler usando Smartphones

2 **José Luis Di Laccio**^{1,2a}, **Gerardo Vitale**^{1,2,b}, **Rodrigo Alonso**^{1,d}, **Nicolás Pérez**^{4c}, **Salvador**
3 **Gil**^{3,b}

4 ¹Departamento de Física, Centro Regional de Profesores del Litoral, Salto, Uruguay

5 ²Departamento de Física del CENUR, Universidad de la República, Salto, Uruguay

6 ³Escuela de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de San Martín, Campus Miguelete. San Martín,
7 Buenos Aires. Argentina

8 ⁴Grupo de Ingeniería Aplicada a los Procesos Agrícolas y Biológicos, Centro Universitario de Paysandú,
9 Universidad de la República, Paysandú, Uruguay

10 ^ajdilaccio@gmail.com, ^bemilianopdf@gmail.com, ^cralonso@gmail.com, ^enico@fisica.edu.uy,

11 ^dsgil@unsam.edu.ar

12 [Recibido en xxxxxxxx, aceptado en xxxxxx]

13 En este artículo estudiamos cuantitativamente las características básicas del efecto Doppler usando un péndulo y
14 dos teléfonos inteligentes (Smartphones). Los Smartphones, colocados como bulbo de un péndulo se utilizan:
15 uno para la medición de su velocidad angular y emisor de una señal sonora de una frecuencia fija
16 (monocromática) y el otro Smartphone se usa como grabador de señales de audio. Un segundo micrófono,
17 conectado a una PC, graba la señal sonora desde un sistema de referencia fijo al laboratorio. De este modo
18 podemos comparar las señales de audio, medidas por dos observadores, uno en reposo y el otro en movimiento
19 respecto de la fuente, simultáneamente. Es posible desarrollar un modelo sencillo que permite explicar
20 teóricamente los datos observados. Además este experimento, de muy bajo costo y conceptualmente simple,
21 permite analizar los aspectos de la teoría de la relatividad en un laboratorio de enseñanza o la casas.

22

23 **Palabras clave:** Efecto Doppler, smartphone, relatividad.

24 Study of Doppler Effect using Smartphones

25 This article study quantitatively the basic characteristics of the Doppler effect using a pendulum and two
26 Smartphones. The two Smartphones, acting as the bulb of the pendulum: one of them measures the angular
27 velocity and as a source of a sound signal of a fixed frequency (monochromatic signal). The other Smartphone is
28 used to record the audio signals. A second microphone connected to a PC, records the sound signal from a
29 system of reference fixed to the laboratory. Thus we can compare audio signals, measured by two observers, one
30 at rest and the other moving with respect to the source, simultaneously. It is possible to develop a simple model
31 to explain the observed data theoretically. In addition this experiment, very low cost and conceptually simple,
32 allows to explore some basic aspects of the theory of relativity in a teaching laboratory for beginners or at home.

33

34 **Keywords:** Doppler Effect, smartphone, relativity.

35 **Para citar este artículo:** Apellidos e iniciales del nombre de los autores (20XX) Título del artículo. *Revista Eureka*
36 *sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* xx (x), xxxx. <http://hdl.handle.net/10498/XXXXX> (10 pt, debajo del
37 párrafo 0,20 cm)

38

1 Introducción

Seguramente todos hemos escuchado el sonido de una sirena de un vehículo que pasa por la calle. En especial el cambio del tono de la sirena justamente al momento de pasarnos. Este conspicuo cambio de tono, es muy evidente para el observador que está en la vereda, sin embargo, los pasajeros del vehículo con la sirena no observan este cambio. Si hubiésemos viajado en un coche a la misma velocidad que el vehículo de la sirena tampoco hubiéramos notado este cambio. Así nos encontramos con un fenómeno, en que dos observadores, que se mueven a una velocidad constante uno de otro, es decir dos observadores inerciales, perciben efectos físicos muy diferentes. Dado que la teoría de la relatividad describe como se relacionan las observaciones realizadas por dos observadores inerciales, este simple fenómeno nos permite analizar en un fenómeno al alcance de todos, algunas implicancias de esta importante teoría física. (S. P. Drake and A. Purvis 2014)

Cuando una fuente de sonido en movimiento se nos acerca, y nos encontramos en reposo, percibimos un aumento en la frecuencia, y el tono lo escuchamos más agudo que el emitido. En cambio, al alejarse, el tono escuchado es más grave (Gil, 2014) (Young, Freedman, Sears, & Zemansky, 2009). El cambio de sonido de esta situación es evidente para todos pero no el hecho de que esté asociado a un cambio de frecuencia aparente de la fuente, que es lo que queremos cuantificar. La variación de la frecuencia de una fuente monocromática de valor f_{fuente} viene dada por (García, 1998):

$$f_{Obs} = f_{fuente} \frac{c - v_{Obs}}{c - v_{fuente}} \quad (1)$$

Comentario [SG1]: Se pueden poner las formulas en itálica?

En la Ec. (1), f_{fuente} es la frecuencia emitida por la fuente, c es la velocidad del sonido respecto del aire, v_{Obs} es la velocidad del receptor respecto del medio (aire) y v_{fuente} es la velocidad de la fuente respecto del medio.

Aquí nos proponemos, a partir de la medición de la velocidad angular del péndulo y la grabación del sonido, comparar las frecuencias medidas por ambos observadores (móvil y fijo) con los predichos por un modelo matemático, basado en la Ec.(1).

Esta situación física es análoga al paso de una ambulancia, ver Fig. 1, por un observador estacionario.

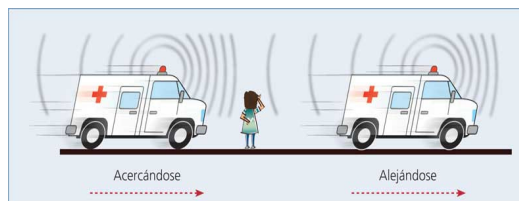


Figura 1. Ambulancia viajando y frentes de ondas detectados por el observador.

Algunos trabajos que buscan objetivos similares a los nuestros han incluido otros dispositivos para su estudio u otras técnicas (Saba & da S. Rosa, 2003) (Fernandes, Auler, Huguenin, & Balthazar, 2016) (Di Laccio, Ferrón, Gil, & Alonso-Suárez, 2016).

El esquema del dispositivo experimental utilizado se ilustra esquemáticamente en la Fig. 2.

1

2 **Frecuencia Doppler en el experimento**

3 Consideremos que un par de smartphones
 4 adheridos entre sí, conforman el bulbo de un
 5 péndulo armado con una varilla rígida longitud L
 6 que oscila en el plano de la hoja, ver Fig. 2. El
 7 cálculo se realizará a partir de la velocidad
 8 angular experimental por lo que no es necesario
 9 conocer la masa de la varilla ni de los
 10 smartphone. El ángulo $\theta(t)$, que es la
 11 coordenada angular respecto de la vertical, varía
 12 con el tiempo haciendo que la velocidad angular
 13 $\omega_z(t)$ también sea variable en el tiempo. Lo
 14 anterior, nos llevan a que la velocidad tangencial
 15 $v(t)$ también sea variable, alcanzando su
 16 máximo valor en la posición más baja del
 17 péndulo.

18 La velocidad tangencial del bulbo viene dada por:

19
$$v(t) = \omega_z(t) L \tag{2}$$

20 De la Ec. (2) podemos inferir que cuanto más larga se la varilla del péndulo mayor será la
 21 velocidad tangencial del bulbo. Para determinar $v(t)$ de los smartphones solidarios bastará
 22 con tener la función $\omega_z(t)$ y medir el largo del péndulo. Las velocidades que nos interesan
 23 para estudiar la Ec. (1) son la del observador, la de la fuente relativa al micrófono fijo, es
 24 $v_R(t)$ y c es la velocidad del sonido en el aire. El observador (micrófono) se encuentra en
 25 reposo en el sistema laboratorio, $v_{obs} = 0$. Para encontrar la velocidad relativa debemos
 26 encontrar la componente de la velocidad tangencial en la dirección del observador:

27
$$v_R(t) = v(t) \cos(\gamma(t)) \tag{3}$$

28 Del análisis geométrico de la Figura 3, se pueden
 29 extraer las siguientes relaciones entre los ángulos:

30
$$\alpha(t) + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi \tag{4}$$

31
$$\theta(t) = \beta(t) + \gamma(t) \tag{5}$$

32
$$\theta(t) + 2\alpha(t) = \pi \tag{6}$$

33 A partir de las Ec. (4), (5) y (6) podemos concluir
 34 que:

35
$$\beta(t) = \gamma(t) = \frac{\theta(t)}{2} \tag{7}$$

36 Usando las Ec. (2), (3) y (7) la velocidad relativa al
 37 micrófono puede expresarse como:

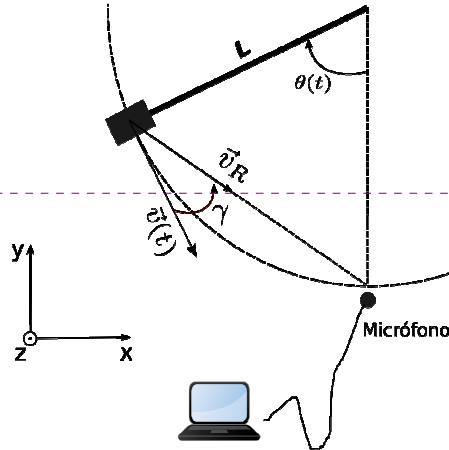


Figura 2. Esquema del péndulo, las velocidades relevantes y el ángulo de oscilación.

Comentario [n2]: Cuanto es muy liviana? Hay que remarcar que en este caso no se necesita la solución del péndulo físico ya que se mide experimentalmente al velocidad angular. Puse algo mas adelante

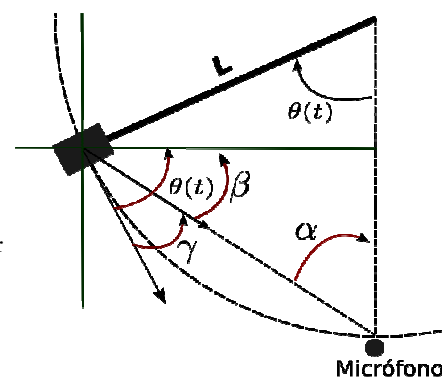


Figura 3. Esquema que permite identificar los ángulos de interés y a partir de ellos obtener las relaciones entre los ángulos de la situación y a partir de ellas obtener el ángulo $\gamma(t)$ en función de $\theta(t)$ que puede ser determinado a partir de los datos, $\omega_z(t)$, recolectados por el smartphone.

$$v_R(t) = \omega_z(t) L \cos\left(\frac{\theta(t)}{2}\right) \quad (8)$$

La velocidad angular puede ser medida con el giróscopo incluido en el smartphone, eligiendo de forma conveniente el período de muestreo. Otra magnitud que puede obtenerse de cálculo de la velocidad $\omega_z(t)$ es el ángulo $\theta(t)$. Recordando que $\omega_z(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ podemos usar la condición inicial del ángulo $\theta(0)$ y la función $\omega_z(t)$ medida con el smartphone.

El procedimiento para obtener $\theta(t)$. A partir de $\omega_z(t)$ es el siguiente. A partir de $\theta_0(0)$ y $\omega_z(t)$. Note que todo el cálculo se realiza a partir de la velocidad angular del péndulo medida experimentalmente, esto permite obtener la velocidad tangencial sin la necesidad de resolver la ecuación del péndulo físico. Iniciando con un ángulo inicial $\theta_0(0)$ al cabo de un período de muestreo (centésimas de segundo) el ángulo es:

$$\theta_1(t) = \theta_0(0) + \omega_z(t_0) \square T_{\text{muestreo}} \quad (9)$$

Para el siguiente período:

$$\theta_2(t) = \theta_1(t_1) + \omega_z(t_1) \square T_{\text{muestreo}} \quad (10)$$

De forma general:

$$\theta_{i+1}(t) = \theta_i(t_i) + \omega_z(t_i) \square T_{\text{muestreo}} \quad (11)$$

El sub índice i varía de 0 al enésimo dato recolectado. Esta rutina es sencilla de implementar en una hoja de cálculo y de esta manera podemos obtener de forma completa la velocidad relativa al micrófono.

La velocidad del sonido en un gas no es constante, sino que depende de la temperatura. Una estimación para la velocidad del aire puede obtenerse del modelo de gas ideal sin considerar el contenido de humedad del aire, $c_{(T(^{\circ}\text{C}))} = 331.4 + 0.61T$. Aquí T es medida en grados Celsius. (Young 2009)

Conocida la frecuencia de la fuente, la velocidad del sonido y la velocidad relativa la frecuencia de la Ec.. (1) queda:

$$f(t) = f_{\text{fuente}} \frac{c}{c - \omega_z(t) L \cos\left(\frac{\theta(t)}{2}\right)} \quad (12)$$

Procedimiento y método

Para este experimento se utiliza un péndulo construido de con una varilla delgada de aluminio de $(1.75 \pm 0.02)\text{m}$ de longitud, en su extremo tiene un pequeño soporte que permite adherir dos smartphones. Es conveniente que el péndulo tenga el mayor largo posible para lograr mayores velocidades relativas y de esta forma aumentar la variación de frecuencia del sonido por efecto Doppler. Asimismo, incrementando la amplitud angular inicial del péndulo contribuye a lograr una mayor velocidad del bulbo al pasar frente al micrófono fijo y consecuentemente incrementar en el cambio de frecuencia del sonido. Se utilizan dos smartphones, uno de ellos genera un tono una frecuencia fija de $(5000 \pm 1)\text{Hz}$, usando la aplicación Frequency Sound Generator. Simultáneamente este Smartphone registra la velocidad angular en función del tiempo con un período de muestreo de $1 \times 10^{-2}\text{s}$ usando la

Comentario [n3]: No es mas directo resolver analíticamente $w(t)$ e integrar?

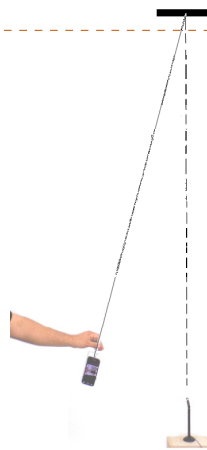
1 aplicación Androsensor y el sensor giroscopio. El segundo
 2 Smartphone, que está unido al anterior, graba el sonido
 3 emitido por el primero. Un micrófono adicional, conectado a
 4 una PC, graba el sonido emitido por el primer Smartphone,
 5 desde un sistema de referencia en reposo respecto del
 6 laboratorio.

7 La PC utiliza el programa Audacity (Audacity® is free, open
 8 source, cross-platform audio software for multi-track
 9 recording and editing. 2016) para el registro de la señal de
 10 audio. Posteriormente, utilizando el programa Spectrogram16
 11 (Spectrogram 16.0 2016) se estudian los espectrogramas, es
 12 decir la variación del espectro de frecuencias como función
 13 del tiempo, para las señales grabadas por los dos micrófonos:
 14 el Smartphone solidario al bulbo del péndulo y el micrófono
 15 conectado a la PC, fijo al laboratorio. Dado que el programa
 16 Spectrogram 16, genera imágenes frecuencia-tiempo, estas imágenes pueden ser convertidas
 17 en datos de frecuencia-tiempo, a través de un programa de análisis de imágenes extraer los
 18 datos para comparar con el modelo teórico. En particular, en nuestro caso este procedimiento
 19 los realizamos usando el programa XY-Extract. (xyExtract Graph Digitizer5.1 2016) Existen
 20 diferentes maneras, más o menos sofisticadas de procesar los datos. Como esta propuesta está
 21 orientada a enseñanza media o alumnos principiantes de la universidad se pone énfasis en la
 22 física del problema más que en la especificidad del software usado para obtener los resultados.

23 El procedimiento propuesto es el siguiente:

- 24 1. Se monta el dispositivo experimental como el ilustrado en la Fig. 4., procurando usar la
 25 mayor amplitud angular inicial posible y se registra este valor.
- 26 2. Se configuran a los Smartphones en el bulbo del péndulo para que cada uno realice su
 27 función de emisor de un sonido puro a la frecuencia elegida y mida la velocidad
 28 angular del péndulo, el segundo Smartphone graba el sonido. Otro miembro del
 29 equipo configura el micrófono fijo al laboratorio para grabar la señal de audio con la
 30 PC. Nótese que el primer Smartphone debe realizar dos funciones de forma
 31 simultánea, medir la velocidad angular y emitir un tono de audio.
- 32 3. Se inician las mediciones y se libera el péndulo para que comience a oscilar, es
 33 conveniente que el péndulo realice varias oscilaciones, pasando repetidamente entorno
 34 a la posición de equilibrio antes de su detención.
- 35 4. Se procesan los datos y para cada corrida del experimento se mide $\omega(t)$, las frecuencia
 36 medida como función del tiempo, $f(t)$ para los dos micrófonos. A partir de se obtiene
 37 $\theta(t)$.
- 38 5. Luego se comparan los valores medidos de $f(t)$, con las predicciones teóricas, obtenidas
 39 por la Ec. (12), utilizando los valores medidos de $\omega(t)$, $\theta(t)$ y la frecuencia de la fuente,
 40 f_{fuente} . La velocidad del sonido utilizada, c , debe corresponder a la temperatura T del
 41 laboratorio. En nuestro caso, $T= 292$ K (equivalente a 19°C)

42



Comentario [S4]: Falta número y leyenda para esta figura

1 Resultados

- 2 En la Fig. 5 se presenta la velocidad angular y el ángulo, respecto de la vertical, del péndulo. La
 3 velocidad angular se obtiene directamente de los datos y el ángulo se obtiene mediante el
 4 procedimiento explicado en las Ecs. (9) a (11), implementado en una hoja de cálculo.

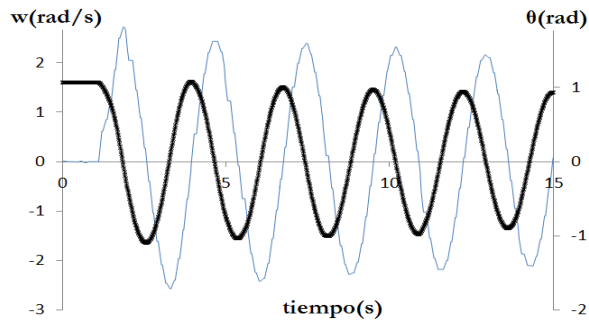


Figura 4. Con trazo continuo fino la velocidad angular y trazo de puntos el ángulo de oscilación respecto de la vertical. Las crestas y valles de la velocidad angular están asociadas a las máximas velocidades de acercamiento y alejamiento del smartphone al micrófono.

- 5 Se observa en el gráfico que el ángulo inicial es de aproximadamente 61° y la velocidad angular
 6 máxima es de 2.6 rad/s disminuyendo posteriormente debido al rozamiento con el aire y el eje
 7 donde se fija la varilla del péndulo. La disminución en la velocidad angular no afecta nuestro
 8 propósito de obtener frecuencias, por el contrario permite observar como varía al cambio de
 9 frecuencia del efecto Doppler con la variación de velocidad.
 10 En la Fig. 6 se muestra uno de los espectrogramas obtenidos de la señal de audio, en particular
 11 el que obtiene del micrófono conectado a la PC. La imagen se obtuvo con Spectrogram16 a
 12 partir de un archivo .wav (Informer Technologies, Inc., 2016) (Wikipedia, 2016).

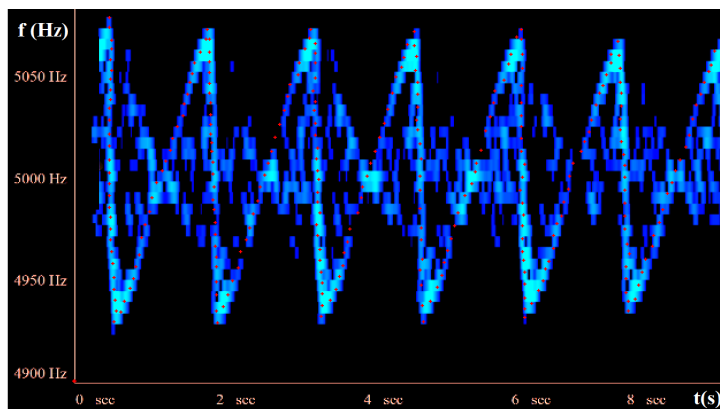
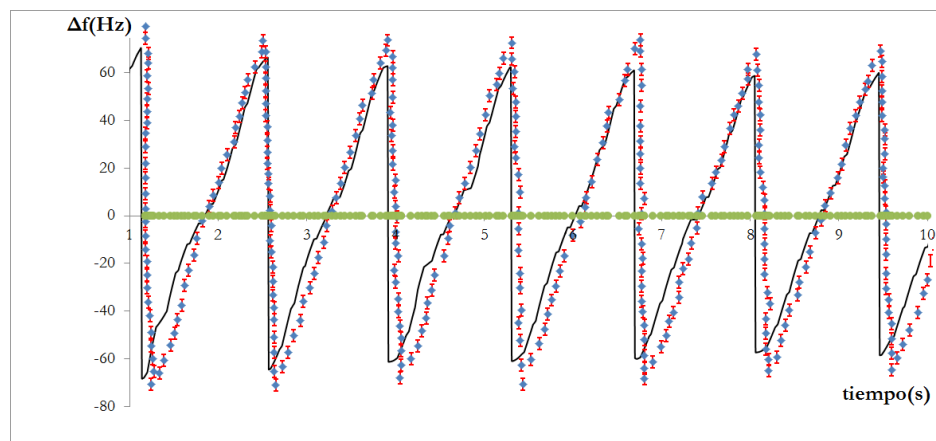


Figura 5. Fragmento del espectrograma de la señal obtenida con Spectrogram16 con el micrófono. Los puntitos rojos indican los valores de frecuencia y tiempo que fueron seleccionados para cotejar con el modelo teórico.

1 En la Fig.6, se observa la variación de la intensidad del sonido respecto de la distancia del
 2 micrófono a la fuente emisora. Los trazos más intensos se registran cuando el emisor pasa
 3 justo en frente al micrófono y los trazos más débiles se registran cuando el emisor está lejos
 4 del micrófono, además, dado que el micrófono conectado a la PC era direccional, hay un
 5 efecto adicional de variación de intensidad cuando el micrófono está de “frente” o “de
 6 espalda” respecto del emisor.

7

8 En la Fig. 7 se presentan en un mismo gráfico $\Delta f_T = f_{teórico} - f_{fuente}$ del modelo teórico y
 9 $\Delta f_E = f_{experimental} - f_{fuente}$ de los resultados experimentales en función del tiempo. Los valores
 10 experimentales de la frecuencia fueron obtenidos a partir de las imágenes generadas y
 11 extraídos con el analizador de imágenes xyExtract (Pereira da Silva & Pereira da Silva, 2011).



12

Figura 6. Los cambios de frecuencia obtenidos con el modelo teórico se presentan en trazo continuo (negra) de color anaranjado. Con triángulos azules se presentan los cambios de frecuencias experimentales que fueron obtenidos con la técnica de análisis de espectrogramas. Los símbolos verdes indican al variación de frecuencia observada desde en el micrófono fijo al bulbo del péndulo.

Comentario [SG5]: No se notan los triángulos, tal vez podamos decir los símbolos discretos. La línea continua es negra aquí.

13 **Discusión**

14 Son notables los efectos del cambio de frecuencia obtenidos para el observador en reposo
 15 respecto del sistema del laboratorio. En la Fig. 7 es evidente el efecto de la ubicación del
 16 micrófono de los smartphones.

17 El método de digitalización de las figuras de los espectrogramas, Fig.6, es decir la obtención
 18 de los datos de (t, f_{exp}) , obtenidos de la imagen, es muy didáctico. Permite obtener con
 19 buena precisión y la variación de f_{exp} como función del tiempo t.

20 Los cambios de frecuencia, en la Fig. 7, más importantes son de alrededor de 70 Hz y cada
 21 pico presenta una leve disminución respecto del anterior producto del roce. Una diferencia
 22 entre los resultados experimentales y el modelo teórico es que en los picos la diferencia es más
 23 importante y hay un salto brusco de frecuencia. Esto se debe a que al pasar el ondulo enfrente
 24 del micrófono fijo, la fuente sonora pasa de repente de una velocidad de máximo
 25 acercamiento a otra de máximo alejamiento.

1 Los resultados obtenidos muestran que existe muy buen ajuste entre las predicciones teóricas y
2 los resultados experimentales, Fig. 7. Uno de los aportes adicionales al estudio del efecto
3 Doppler que aquí realizamos es la inclusión del péndulo que es ampliamente estudiado en
4 cursos de física básica y los smartphone para medir con muy buena precisión la velocidad
5 Doppler.

6 Un hecho sorprendente de enfatizar en este experimento es la conspicua diferencia entre lo
7 que miden los dos observadores inerciales; que se mueven instantáneamente con velocidad
8 constante al pasar el péndulo por su posición de equilibrio. La figura 7 ilustra claramente este
9 resultado. Este experimento nos abre una ventana al estudio de un fenómeno de gran
10 importancia en la física, de cómo se transforman las observaciones realizadas por dos
11 observadores en dos sistemas inerciales de referencia, que es la esencia de la teoría de la
12 relatividad restringida. En este artículo no profundizaremos más este importante punto, pero
13 el lector interesado puede consultar otras fuentes pertinentes como: (Purvis 2014) (Bachman
14 1982)

15 Conclusiones

16 El presente experimento ilustran un modo simple y económico de realizar una estudio
17 cuantitativo del efecto Doppler acústico, usando dos Smartphones y una PC con un
18 micrófono. Los resultados se pueden modelar muy bien usando un modelo simple del efecto
19 Doppler. Se encontró un excelente ajuste entre el modelo teórico y las frecuencias medidas
20 por dos observadores inerciales.

21 dada por la ecuación (9) y los datos del espectrograma. Los dos smartphones, uno en reposo
22 respecto de la fuente emisora y otro en movimiento relativo obtienen frecuencias diferentes.
23 Esto muestra que la medición es dependiente del observador. Este es un ejemplo simple de
24 relatividad clásica. La experiencia, además de poner a prueba el modelo del efecto Doppler
25 acústico, demuestra que los smartphones son recomendables no solo para experiencias
26 sencillas sino para realizar experimentos más sofisticados. Los resultados muestran la bondad
27 de la técnica y la simplificación que introduce al estudio del efecto Doppler. Los smartphone
28 facilitan la determinación de la velocidad de acercamiento/alejamiento y son un recurso
29 valioso para el aula laboratorio. La propuesta incorpora diferentes técnicas que hacen muy rico
30 el estudio y recomendado para que los estudiantes desarrollen diferentes competencias del
31 trabajo experimental.

32

33 Referencias

34 Di Laccio, J. L., Ferrón, M., Gil, S., & Alonso-Suárez, R. (2016). Efecto Doppler: ¿Cómo
35 tenemos evidencia de su existencia? *1er Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias Básicas -*
36 *UTN- Argentina.*

37 Fernandes, A. C. P., Auler, L. T. S., Huguenin, J. A. O., & Balthazar, W. F. (2016). Efeito
38 Doppler com tablet e smartphone. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 38(3), e3504(1-8).
39 Recuperado a partir de [http://www.scielo.br/pdf/rbef/v38n3/1806-1117-rbef-38-03-](http://www.scielo.br/pdf/rbef/v38n3/1806-1117-rbef-38-03-e3504.pdf)
40 [e3504.pdf](http://www.scielo.br/pdf/rbef/v38n3/1806-1117-rbef-38-03-e3504.pdf)

41 García, A. F. (1998). Física con ordenador: Efecto Doppler acústico. Recuperado 14 de agosto
42 de 2016, a partir de

- 1 <http://www.sc.edu.es/sbweb/fisica/ondas/doppler/doppler.html#Dedución de la fórmula del efecto Doppler>
- 2
- 3 Gil, S. (2014). *Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo*. Buenos Aires: Alfaomega.
- 4 Informer Technologies, Inc. (2016). Descarga:Spectrograma. Recuperado 14 de agosto de 2016, a partir de <http://spectrogram.software.informer.com/16.0/>
- 5
- 6 Pereira da Silva, W., & Pereira da Silva, C. (2011). xyExtract Graph Digitizer. Recuperado a partir de http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/index_xyExtract.htm
- 7
- 8 Saba, M. F., & da S. Rosa, R. A. (2003). The Doppler Effect of a Sound Source Moving in a Circle. *The Physics Teacher*, 41(89), 89-91. Recuperado a partir de
- 9 <http://scitation.aip.org/content/aapt/journal/tpt/41/2/10.1119/1.1542044>
- 10
- 11 Wikipedia. (2016, septiembre 13). Spectrogram. Recuperado a partir de
- 12 <https://en.wikipedia.org/wiki/Spectrogram>
- 13 Young, H., Freedman, R., Sears, & Zemansky. (2009). *Física Universitaria* (Decimosegunda, Vol. 1). México: Pearson Education.
- 14