

Masas y Densidades

Principio de Arquímedes

Objetivo

Determinación de masas y densidades de objetos de interés usando balanzas. Método de Arquímedes para determinar densidades. Caracterización de la composición de materiales midiendo densidades. Inferencia de la composición de la Tierra a partir del análisis de la densidad de la misma.

Introducción

La *densidad*, ρ , de un cuerpo se define como la masa por unidad de volumen. Similarmente, el *peso específico* se define como el peso por unidad de volumen. Para un cuerpo homogéneo (es decir, aquel para el cual sus propiedades son iguales en todas sus partes), la densidad es una característica de la sustancia de la que el mismo está compuesto. La densidad es una típica *magnitud intensiva*, es decir, una magnitud que no depende de la cantidad de materia que compone al cuerpo, sino sólo de su composición. Otros ejemplos de magnitudes intensivas son la temperatura, la presión, etc.

A diferencia de las magnitudes intensivas, las *magnitudes extensivas* son aquellas que varían en forma proporcional a la cantidad de materia que constituyen el cuerpo. A esta última categoría corresponden la masa, el peso, el volumen, el número de moléculas, etc.

Cada sustancia pura tiene una densidad ρ que es característica de la misma. Por ejemplo, todos los objetos de oro puro tienen la misma densidad ($\rho_{\text{Au}}=19.3 \text{ g/cm}^3$), lo mismo ocurre con el aluminio ($\rho_{\text{Al}}=2.7 \text{ g/cm}^3$), el hierro ($\rho_{\text{Fe}}=7.8 \text{ g/cm}^3$), el agua a una dada temperatura ($\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1.0 \text{ g/cm}^3$, a 20° C). Esto significa que la densidad es una propiedad muy útil para saber en forma fácil y rápida de que está hecho un objeto. Ésta es justamente la propiedad de la que, según la tradición, se valió Arquímedes en el siglo III a.C. para saber si una corona del rey Hierón de Siracusa estaba efectivamente hecha de oro macizo. Sólo tuvo que idear un método para medir la densidad y, ¡Eureka!, el problema estuvo resuelto. Sin embargo, para medir la densidad, Arquímedes tuvo que descubrir el principio que lleva su nombre y que establece que:

“Todo cuerpo sumergido en el seno de un fluido, sufre una fuerza ascendente (empuje) cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo.”

Este principio explica porqué flotan los objetos, corchos, barcos, globos, y porqué es más fácil levantar a una persona dentro de una piscina llena de agua que fuera de ella. Nosotros también usaremos este principio para medir densidades.

Proyecto 1.- Método de Arquímedes para determinar densidades

Las balanzas electrónicas modernas son distintas a la de dos brazos tradicionales^[1,2,3]; entre otras cosas sólo tienen un platillo. Valiéndonos de la tercera ley de Newton es posible usar estas balanzas para determinar densidades usando el principio de Arquímedes. Si tenemos un vaso de agua sobre una balanza de un solo platillo, como se ilustra en la Fig. 1, y sumergimos un cuerpo en él, el agua ejercerá un empuje E sobre el cuerpo. Según el principio de Arquímedes, el módulo de este empuje será:

$$E = V_{\text{cuerpo}} \cdot \rho_{\text{agua}} \cdot g = \frac{m_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{cuerpo}}} \cdot \rho_{\text{agua}} \cdot g . \quad (1)$$

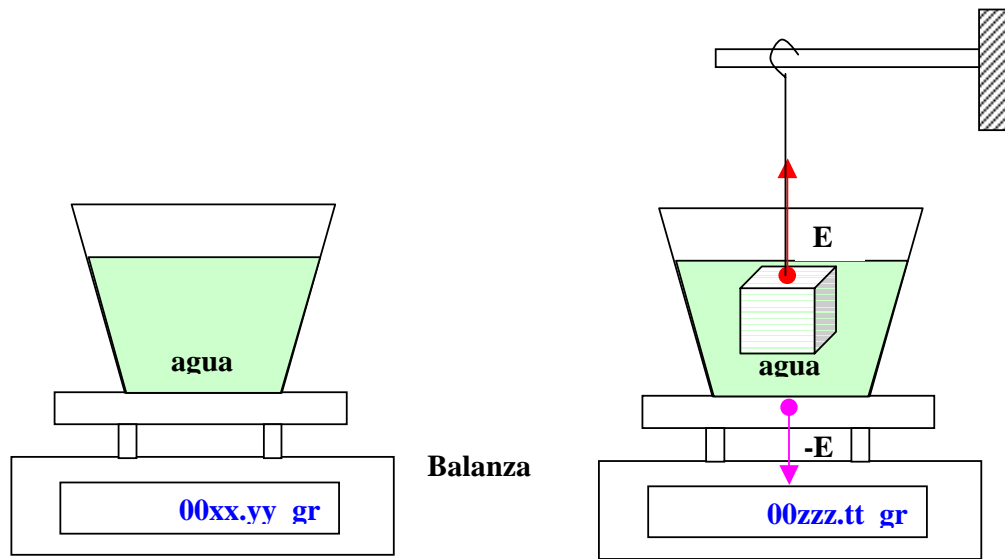


Figura 1 Medición de la densidad de un cuerpo por el método de Arquímedes usando una balanza de un solo plato (balanza electrónica estándar).

Según la tercera ley de Newton (acción y reacción) el cuerpo reaccionará sobre el agua (y el vaso) con una fuerza igual y opuesta. Es decir, al sumergir el cuerpo en agua, como se ilustra en la parte derecha de la Fig. 1, la balanza incrementará su valor en una magnitud igual a m_E :

$$m_E = \frac{E}{g} = V_{\text{cuerpo}} \cdot \rho_{\text{agua}} = \frac{m_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{cuerpo}}} \cdot \rho_{\text{agua}} . \quad (2)$$

- Pruebe experimentalmente que al realizar esta operación la medición efectivamente se incrementa. Si en lugar de un cuerpo introduce un dedo, verifique que se siente en el mismo la fuerza del empuje.

- Si utilizamos un cilindro de sección transversal constante y área A y adosamos una escala lateral, que nos permita conocer la altura h que se halla sumergido dentro de un líquido, podemos en principio medir el empuje E en función del volumen sumergido. Una posibilidad es usar un cilindro macizo u bien un recipiente cilíndrico hueco con algún lastre (arena) en su interior. La idea es sumergir progresivamente el cilindro que dispone de una escala para medir el volumen inmerso y representar en un gráfico el valor del empuje E o bien m_E en función del volumen sumergido. ¿Cómo se comparan sus resultados con los predichos por la Ec. (1)?
- Si deseamos falsear la hipótesis de Arquímedes, discuta *a priori* cuales serían las signaturas experimentales que le permitirían rechazar la hipótesis. En otras palabras como esperaría que sean los gráficos de m_E en función de $V_{sumergido}$ si la hipótesis (principio de Arquímedes) fuese buena descripción de la realidad.
- Del gráfico de m_E en función de $V_{sumergido}$, discuta el significado físico de la pendiente en caso que la relación entre las variables fuese lineal.

Como se ve claramente de la Ec.(2), la técnica propuesta aquí para la determinación de densidades no requiere la medición de volúmenes. Esto es una gran ventaja, ya que las balanzas tienen por lo regular mucha precisión y exactitud. Por ejemplo, no es difícil medir masas del orden de algunas decenas de gramos con una precisión mejor que el 0.5%. Este tipo de precisión es poco frecuente en la determinación de volúmenes, excepto en muy pocos casos.

Proyecto 2.- Método de Arquímedes para determinar densidades II

Medición de la densidad de un cuerpo más denso que el agua. Usando un cuerpo más denso que el agua, mida en primer lugar su masa m_{cuerpo} . Luego, coloque en el plato de la balanza un vaso con agua, donde pueda sumergir todo el cuerpo sin producir derramamiento de agua (pruebe esto primero fuera de la balanza). Tare la balanza con el vaso con agua (*tarar* significa poner a cero la balanza en un dado estado de carga). Introduzca el cuerpo en el agua y determine el valor de m_E (si su balanza no tiene tara, obtenga el valor de m_E por diferencia). De la Ec. (2) se obtiene la densidad del cuerpo como:

$$\rho_{cuerpo} = \frac{m_{cuerpo}}{m_E} \cdot \rho_{agua} . \quad (3)$$

- Determine la densidad de un anillo (o una medalla o un objeto metálico) de "oro". A partir de sus mediciones, discuta si el anillo es de oro puro o no. Para comparar sus resultados con valores de las densidades de los elementos puros, puede consultar una tabla periódica de los elementos o la tabla de propiedades físico-químicas de la ref. 4.

- Suponga que el cuerpo que está estudiando está hecho de una aleación binaria de estaño y oro. Usando sus mediciones determine cuáles son las proporciones en peso de estos metales en el objeto.
- El procedimiento seguido constituye uno de los primeros problemas prácticos que, supuestamente, resolvió Arquímedes: saber si una corona real era de oro puro o no. ¿Sabe cómo era la técnica que propuso Arquímedes?

Densidad de un cuerpo menos denso que el agua. Si el cuerpo es menos denso que el agua, como por ejemplo madera o corcho, igual se puede usar el método anterior para determinar su densidad [Ec. (3)]. En este caso, sólo debe forzarse la inmersión total del cuerpo con la ayuda de una aguja o una varilla rígida, y al mismo tiempo lograr que la fracción del volumen de esta aguja o varilla inmersa en el agua sea despreciable frente al volumen del cuerpo en cuestión.

- Usando esta técnica determine la densidad de un trozo de corcho o madera, u otro objeto menos denso que el agua. Cuide que en ningún caso el objeto toque ni las paredes ni el fondo del vaso.

Proyecto 3.- Estimación de la densidad de la Tierra

Use algunas de las técnicas descriptas en los proyectos anteriores para medir la densidad de algunas variedades de piedras. Tomaremos estas determinaciones como el punto de partida para investigar sobre la composición de la Tierra.

- Determine la densidad de por lo menos dos tipos de piedras y de la arena que encuentre. Acote las incertidumbres de la determinación.
- Se sabe que la Tierra tiene una masa $M_t = 5.98 \times 10^{24}$ kg. y un radio $R_t = 6.37 \times 10^3$ km (el error en estas cantidades está en la última cifra significativa). Estime la densidad media de la Tierra usando los datos de densidad de las piedras y arena que consiguió.
- ¿Podría la Tierra en su interior tener la misma composición que en su superficie? De no ser así, usando una tabla de densidades, sugiera posibles elementos que podrían constituir la mayoría del núcleo de la tierra. Una ayuda: tal vez sea conveniente recordar la composición de los meteoritos. Como tal vez sepa, la mayoría de los que vemos en los museos son de hierro⁵.

Temas complementarios – Composición y origen de la Tierra

- Suponiendo que el interior de la Tierra fuese de hierro puro y su periferia fuese rocosa. Estime el espesor de la capa rocosa. ¿Sería viable realizar una perforación profunda para extraer este hierro?
- Consulte en la bibliografía u otras fuentes^{4,5,6} (Internet, (<http://pubs.usgs.gov/gip/interior/>), Enciclopedias Encarta y Británica, etc.), las características más sobresalientes de la composición terrestre. En particular trate de encontrar alguna explicación al hecho de que en la Tierra los elementos más densos están en el interior y los menos densos (el manto, el agua y el aire) están en las capas más externas. Si es cierto que la Tierra tiene una composición que está estratificada según sus densidades, tendríamos un sistema similar al que existe en un crisol de una metalúrgica. En un crisol que contenga metales fundidos, los metales más densos van al fondo y los más livianos flotan en el mismo.

De estas observaciones se podría sospechar que en algún momento la Tierra estuvo muy caliente, de modo que fue posible una separación de los elementos según sus densidades. De estas conjeturas surgen una serie de temas interesantes para investigar^{5,6}:

- ✓ ¿Cuál pudo haber sido el origen de la energía que calentó la tierra?
- ✓ ¿Este mecanismo de calentamiento todavía está en acción? (Ayuda: consulte en la bibliografía el efecto de la desintegración radiactiva del Uranio y otros elementos radiactivos. También investigue el origen del Helio que se extrae de los pozos de petróleo, ya que, como tal vez sepa, en estado libre este gas se escapa de la atmósfera).
- ✓ ¿Todos los planetas tendrán esta misma característica? En otras palabras, ¿tendrán densidades similares a la Tierra y estarán estratificados por densidades?
- ✓ De los datos de masa y radio que encuentre en la bibliografía, calcule la densidad media de:
 - el Sol
 - Júpiter
 - Marte
 - la Luna.
- ✓ Discuta si sus resultados de densidades medias de otros planetas son similares a los de la Tierra.
- ✓ ¿Fue la Tierra siempre así desde su formación? ¿Siempre estuvo estratificada desde su origen? Si imaginamos que la Tierra se originó por agregación de materia interestelar, sería de esperar que sus composición fuese uniforme y homogénea. ¿Cómo habrá llegado la Tierra a este estado de estratificación?
- ✓ ¿En la Luna, se habrá producido una separación de elementos similar a la ocurrida en la Tierra? ¿Qué pueden aportar los estudios de rocas lunares traídas a la Tierra por los astronautas del proyecto Apolo?

- Como ve, medir es solo un punto de partida, que dispara un gran número de preguntas e hipótesis y nuevos experimentos. **En esto consiste la ciencia.** Desde luego no esperamos que cada estudiante que realice este experimento, sea un experto en la génesis de la Tierra o en geofísica, pero sí esperamos que estas preguntas, que surgieron motivadas por nuestras propias observaciones, nos motiven para indagar algunas de las hipótesis formuladas aquí y estimulen nuestra curiosidad. Este ejemplo también ilustra las características básicas de la actividad científica, en otras palabras, ilustra su metodología. Una observación (medición en este caso) conduce a plantearnos una hipótesis de trabajo. A su vez, esta hipótesis dispara nuevos interrogantes, experimentos e investigaciones, que pueden o no verificar la hipótesis inicial.

Bibliografía

- [1] S. Gil y E. Rodríguez, *Física re-Creativa*, Cap. 4, Buenos Aires - Prentice-Hall, 2001.
- [2] J. Fernández y E. Galloni, *Trabajos prácticos de física* (Centro de Estudiantes de Ingeniería, UBA, Buenos Aires, 1963).
- [3] B. L. Worsnop y H. T. Flint, *Curso superior de física práctica* (Eudeba, Buenos Aires, 1964).
- [4] Lide, D.R. (Ed.), *CRC Handbook of Chemistry and Physics - Reference Book of Chemical and Physical Data* - Springer - 80th ed. 1999.
- [5] Una buena referencia para buscar información geológica es el USGS (US Geological Service), su sitio en Internet es www.usgs.gov, en particular (<http://pubs.usgs.gov/gip/interior/>) y www.nasa.gov. Otra referencia interesante y altamente recomendable es la revista *Scientific American*, que tiene una base de datos en Internet (<http://www.scientificamerican.com>) en particular los artículos: “The evolution of the Earth” – C.J. Allégre and S.H. Schneider *Scient. Am.* October 1994 y “The earliest history of the Earth” D. York *Scient. Am.* January 1993.
- [6] Consultar también: Enciclopedia Encarta - © Microsoft o Enciclopedia Británica.