

# Segunda ley de Newton

Facultad de Ingeniería, Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Favaloro.

Emiliano Castillo, [emilianocastillo@hotmail.com](mailto:emilianocastillo@hotmail.com)

Federico Ferreyra Pons, [fundferreyra@hotmail.com](mailto:fundferreyra@hotmail.com)

Carlos Nicolás Rautenberg, [purple@uol.com.ar](mailto:purple@uol.com.ar)

Manuel Leonardo Szejnberg, [manuelsgc@uol.com.ar](mailto:manuelsgc@uol.com.ar)

## **RESUMEN**

*Se calcula la aceleración de un sistema dinámico frente a distintas condiciones. Se varían los métodos de medición para averiguar la incidencia del error del instrumento de medición. Se realiza un estudio teórico con su posterior comparación con los resultados prácticos y se obtiene un resultado concordante.*

## **INTRODUCCIÓN**

*Si una fuerza externa neta actúa sobre un cuerpo, éste se acelera. La dirección de la aceleración es la misma que la de la fuerza neta. El vector fuerza neta es igual a la masa del cuerpo multiplicada por su aceleración. Ésta es la segunda ley de Newton, la cual se desea poner a prueba en éste trabajo. También se utilizan métodos para obtener momentos de inercia de cuerpos en donde el cálculo del momento de inercia se dificulta.*

## **PROCEDIMIENTO**

El sistema a estudiar trata de un carrito cuya fricción es casi nula, apoyado en un plano horizontal. Un extremo del carrito se ata a un hilo (prácticamente inelástico y de masa pequeña) que pasa por una polea y cuyo otro extremo está atado a una masa considerable que pende.

### Estudio preliminar

Primero se debe utilizar un cronómetro para medir el tiempo que el móvil especificado en la guía de trabajo (<sup>1</sup>) tarda en recorrer unos 89 cm.; procurando que las masas sean las correspondientes para que el movimiento sea lento. A partir de los tiempos mencionados se debe hallar la aceleración del móvil,  $a$ , en este caso sabiendo que:

$$a = \frac{2\Delta x}{t^2} \quad (1)$$

Esta ecuación se puede usar para este caso particular pues se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado cuya velocidad inicial es nula.

Obtenida  $a$ , se deben calcular los errores, pues la fórmula es para un caso ideal, pero el experimento es real.

En segundo lugar se debe utilizar un fotointerruptor en la polea. A través de éste se miden los intervalos de tiempo,  $\Delta t$ , que transcurren entre rayo y rayo de la polea a medida que el móvil se desplaza. Conociendo, además, la cantidad de rayos,  $n$ , el radio de la polea,  $R$ , y el del hilo (pues no es despreciable),  $r$ , se determinan las velocidades medias de cada intervalo:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 \times \pi \times (r + R)}{n \times \Delta t}$$

Con estos datos se puede gráfica, con el software adecuado, el gráfico  $v$  vs  $t$ , para luego hallar  $a$  que es la pendiente de la curva obtenida.

### Estudio dinámico

Primero se supone que la masa de la polea y la del hilo son despreciables y se aplican las leyes de Newton para obtener el siguiente sistema:

$$\begin{cases} T_2 - F_R = M_1 a \\ M_2 - T_1 = M_2 a \end{cases}$$

Donde  $F_R$  es la fuerza de rozamiento que afecta al carrito,  $M_1$  es la masa del carrito,  $T_2$  es la tensión del hilo que afecta al carrito,  $M_2$  la masa que pende,  $T_1$  es la tensión del hilo que afecta a la masa que pende y  $a$  es la aceleración del sistema. Del sistema anterior se desprende que:

$$a = \frac{M_2 g - F_R}{M_1 + M_2} \quad (2)$$

Luego, para lograr un análisis más detallado se supone la masa de la polea no nula, y se aplican las leyes de Newton para obtener el sistema:

$$\begin{cases} T_2 - F_R = M_1 a \\ M_2 - T_1 = M_2 a \\ T_1 - T_2 = \frac{I \alpha}{R} = \frac{I a}{R^2} \end{cases}$$

Donde  $R$  es el radio de la polea, que se estima de igual modo que en el primer experimento,  $\alpha$  es la aceleración angular de la polea e  $I$  es el momento de inercia de la polea. Del sistema anterior se deduce que:

$$a = \frac{M_2 g - F_R}{M_1 + M_2 + \frac{I}{R^2}}$$

Entre los datos que deben ser calculados el único que presenta un problema considerable es el momento de inercia de la polea. Para poder calcularlo necesitamos aislar la polea del sistema y aplicar las leyes de la *dinámica* en dos situaciones distintas. La razón de esto es encontrar el rozamiento que existe entre la polea y su eje. En la primera instancia se cuelga de la polea una masa,  $M$ , mucho mayor que la del hilo y en la otra situación se hace girar la polea sin ninguna masa. De estas dos situaciones se obtienen dos ecuaciones para una y una para la otra:

$$\begin{cases} RT - \tau = I \alpha \\ M g - T = M a \end{cases} \quad \{\tau = I \alpha'\}$$

Donde  $\tau$  es el momento del rozamiento de la polea con su eje,  $T$  es la tensión del hilo,  $M$  la masa que pende de la polea,  $\alpha$  es la aceleración angular en la primera situación y  $\alpha'$  es la 2<sup>nda</sup>. Ley de Newton - Szejnberg, Rautenberg, Castillo y Ferreira Pons

aceleración angular de la polea sin la masa que pende. Luego se hace trabajo algebraico con estos sistemas y se llega a que:

$$I = \frac{M R (g - \alpha R)}{\alpha + \alpha'}$$

Para obtener la aceleración de la polea con la masa que pende, se trabaja con el primer sistema. Si se grafica la velocidad angular en función del tiempo se puede observar que el coeficiente de correlación es prácticamente uno, por lo tanto la recta que ajusta mejor a esos puntos tiene una pendiente igual a  $\alpha$ . El mismo procedimiento es seguido para obtener el valor de  $\alpha'$ .

Luego se estudia experimentalmente la relación de nuestro sistema inicial con la  $M_2$ , para esto se trabaja con la expresión:

$$\left( M_1 + M_2 + \frac{I}{R^2} \right) a = M_2 g - F_R$$

Si se grafica el primer miembro de la última expresión en función de  $M_2$  se obtiene una curva correspondiente a una expresión del estilo:

$$y(x) = g x - F_R$$

Entonces se obtiene al graficar, una recta cuya ordenada al origen es la fuerza de rozamiento y la pendiente es igual a la gravedad. Es necesario aplicar a esta recta el coeficiente de correlación para poder determinar la exactitud de las mediciones. Si la pendiente de la recta no iguala a la gravedad es probable que los datos de  $M_2$  más pequeños no sean lo suficientemente grandes como para que la masa del hilo sea despreciable respecto a ésta.

## **RESULTADOS**

### Estudio preliminar

Para la medición con cronómetro, que es la más rudimentaria queda la siguiente aceleración:

$$a = (0,3 \pm 0,1) \frac{m}{s^2}$$

Donde la aceleración tiene un error debido al error introducido por la medición a mano de las distancias, al error del cronómetro y al tiempo de retardo entre la imagen visual y el accionamiento y detenimiento manual del cronómetro.

Para la medición con el fotointerruptor, mucho más fina, la aceleración es la siguiente:

$$a = (0,257 \pm 0,001) \frac{m}{s^2}$$

El error que en el caso anterior se debe al cronómetro y a su manejo, en éste se debe sólo al fotointerruptor. Se calcula el coeficiente de regresión para ver si la aproximación lineal a los datos es representativa de la medición. En este caso el gráfico es el de la *Figura 1*.

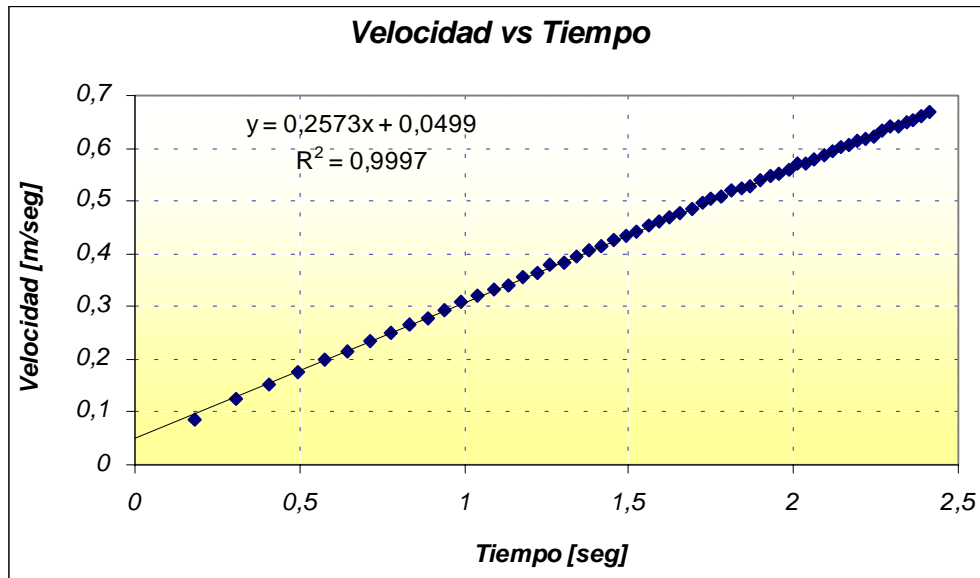


Figura 1. Se puede observar que los datos ajustan bien a una recta. Observar el coeficiente de regresión.

### Estudio dinámico

Cuando se grafica  $(M_1 + M_2 + I/R^2)a$  vs  $M_2$  se obtiene una recta y el coeficiente de correlación es prácticamente igual a uno, lo que nos indica que la aproximación lineal es correcta. En este caso el valor de la aceleración de la gravedad es:

$$g = (9,9 \pm 0,1) \frac{m}{s^2} \quad e = 1\%$$

El error del valor de  $g$  obtenido se debe al error con que se miden las masas, al error del fotointerruptor, al error del cálculo del momento de inercia de la polea y a la masa existente del hilo.

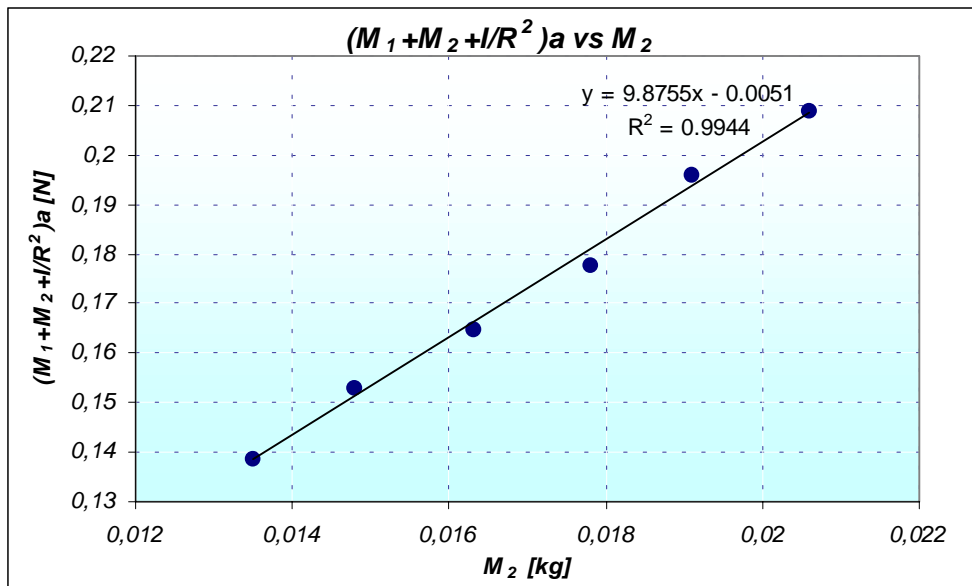


Figura 2. Se observa con facilidad que los datos están distribuidos en una recta. El coeficiente de regresión lo corrobora.

## **DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN**

En el caso de la medición con cronómetro se puede decir que lo que se mide es la aceleración promedio del sistema. Esto se puede aseverar debido a que se realiza una sola medición, aunque ésta se realiza muchas veces para después obtener un resultado promedio. También se puede decir que el error introducido con el cronómetro es muy notorio, por lo tanto la medición no es muy buena.

Cuando se mide con el fotointerruptor la medición reduce su norma, esto significa que aumenta la cantidad de mediciones y la distancia entre esas mediciones se hace más pequeña, lo que hace más fiable la magnitud de la aceleración.

Pese a la diferencia entre los métodos con los cuales se midieron, los valores que otorgaron ambas mediciones difieren en muy poco, la razón puede ser que el tiempo que se utiliza en la ecuación (1) para obtener la aceleración con las mediciones del cronómetro es un promedio de todos los valores obtenidos.

En el estudio dinámico, cuando se realiza el gráfico es necesario descartar las masas pequeñas porque, en esos casos, se vuelve considerable la masa del hilo. Este es un buen método para obtener un resultado aproximado de  $g$ .

La fuerza de rozamiento para este sistema tiene un valor de  $0,005 \text{ kg m/s}^2$ . Sobre éste se puede concluir que es bajo. Ya que esto da el siguiente coeficiente de fricción cinética:

$$\mu = 0,001 \quad \text{error}_{\text{relativo}}\% = 1\%$$

Este valor se puede considerar muy bajo ya que el coeficiente de fricción cinética entre un objeto de teflón y una superficie de ese mismo material es de 0,04.

La validez de la expresión (2) del trabajo es corroborada por el análisis desarrollado, ya que al realizar el gráfico la recta es lo esperado. Cuando la teoría iguala a los resultados experimentales se puede concluir que la teoría se pone a prueba y sale airosa del examen. Si en vez de  $M_2$  se varía  $M_1$ , el análisis cambia, ya que la fuerza de rozamiento no es constante, entonces no se puede hacer un análisis igual al aquí desarrollado, con la variación de  $M_1$ .

Las mediciones de magnitudes físicas son realizadas con suficiente precisión como para poder concluir que los resultados son coherentes. La única medición que requiere de supuestos iniciales es la del radio de la polea. En la medición esta, se le agrega al radio de la polea el radio del hilo.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- <sup>(1)</sup> Introducción a la dinámica, segunda ley de Newton. Física re-Creativa - S. Gil y E. Rodríguez. [www.fisicarecreativa.com](http://www.fisicarecreativa.com)