

Dinámica relativista – Colisiones de fotones y electrones – Efecto Compton

Sebastián Nuza y Diego Zocco

Laboratorio de Física 5, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Buenos Aires, febrero de 2001

En este trabajo se estudia la dinámica de los electrones en un detector de rayos gamma por medio de los espectros de radiación obtenidos con un analizador multicanal, analizando las diferencias entre el enfoque clásico y relativista. Se determinó experimentalmente la energía en reposo del electrón, obteniéndose un valor de 507 ± 42 KeV. Finalmente mostramos una forma alternativa de ver que la dinámica relativista prevalece ante la predicción clásica para velocidades de los electrones cercanas a la de la luz.

1. Introducción. Efecto fotoeléctrico y Compton.

El efecto fotoeléctrico se produce cuando un electrón absorbe completamente la energía de un fotón. Cuando el electrón es libre este proceso no resulta posible, debido a la violación de la conservación de la energía y del momento. En estos casos, el estado final se compone de un electrón y un nuevo fotón entre los cuales se reparte la energía del fotón incidente (efecto Compton, figura 1).

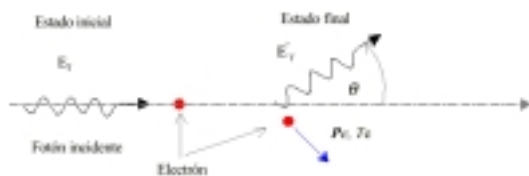


Figura 1 – Esquema de la interacción Compton

En nuestro caso, estas interacciones se producen entre la radiación gamma incidente y el dispositivo de detección de dicha radiación, el cual describiremos más adelante, y por medio del cual podemos efectuar las mediciones correspondientes.

2. Teoría y análisis de datos

Ecuaciones utilizadas. Llamaremos P_e y T al momento y energía cinética del electrón después de la interacción (ver figura 1). Designamos con E_γ la energía del fotón incidente y con $E'_\gamma(\theta)$ la energía del fotón después de la interacción, que suponemos sale en una dirección que forma un ángulo θ con la dirección del fotón incidente.

Para el caso particular de una colisión unidimensional, es decir para el caso en que $\theta = 180^\circ$,

de la conservación del momento y energía es fácil demostrar que:

$$P_e \cdot c = 2E_\gamma - T \quad (1)$$

En esta relación c es la velocidad de la luz (en el vacío) y es válida tanto relativísticamente como clásicamente. La conexión clásica entre energía y momento es:

$$T = \frac{P_e^2}{2m_{nr}} \quad (2)$$

Aquí m_{nr} es la masa no relativista del electrón y T es su energía cinética.

Combinando (1) y (2) tenemos:

$$m_{nr} \cdot c^2 = \frac{(2E_\gamma - T)^2}{2T} \quad (3)$$

Esta expresión permite obtener la masa no relativista del electrón en la aproximación clásica, en términos de la energía del fotón incidente E_γ y la energía cinética T de los electrones después de una interacción Compton. La correspondiente expresión relativista entre el momento y la energía cinética es:

$$T = E_e - m_e \cdot c^2 = \sqrt{p_e^2 \cdot c^4 + m_e^2 \cdot c^4} - m_e \cdot c^2 \quad (4)$$

donde m_e es la masa en reposo del electrón. En esta expresión, E_e es la energía total del electrón. Si combinamos las expresiones (1) y (4) obtenemos la siguiente expresión para la masa en reposo del electrón:

$$m_e \cdot c^2 = \frac{2 \cdot E_\gamma \cdot (2E_\gamma - T)}{T} \quad (5)$$

Esta ecuación es la expresión relativista análoga a la expresión clásica (3).

Los parámetros relativistas: $\beta = v/c$, $\gamma = 1/(1-\beta^2)^{1/2}$ y $E_e = (\mathbf{p}_e^2 c^2 + m_e^2 c^4)^{1/2}$ pueden escribirse en término de los parámetros T y E_γ como:

$$\beta = \frac{T \cdot (2E_\gamma - T)}{T^2 - 2E_\gamma T + 2E_\gamma^2} \quad (6)$$

$$\gamma = 1 + \frac{T^2}{2E_\gamma (E_\gamma - T)} \quad (7)$$

$$E_e = \frac{T^2 - 2E_\gamma T + 2E_\gamma^2}{T} \quad (8)$$

Descripción del experimento. Nuestro objetivo fue obtener experimentalmente los valores de T y de E_γ . Para esto utilizamos el arreglo experimental de la figura 2 el cual consta de una fuente radiactiva y su correspondiente blindaje, un detector de centelleo acoplado a un fotomultiplicador (PMT), una fase amplificadora y conformadora de la señal y el sistema de adquisición de datos o analizador multicanal.



Figura 2 – Esquema del dispositivo experimental

Las fuentes elegidas emiten radiación gamma en un rango de energía que varía entre 500 KeV y 1.2 MeV (^{137}Cs , ^{60}Co , ^{22}Na , ^{207}Bi).

El detector de centelleo que utilizamos posee un cristal de NaI dopado con TI - NaI(Tl) - asociado a un fotomultiplicador. Cuando un fotón gamma interactúa con el material del detector, su energía se degrada total o parcialmente (por efecto fotoeléctrico o Compton, respectivamente) dentro del material, dando como resultado final que algunos átomos queden en estados excitados. A su vez, cuando estos átomos decaen, emiten fotones visibles, cuyo número es proporcional a la energía depositada en el cristal por el fotón incidente. Al incidir estos fotones sobre el fotocátodo del fotomultiplicador se desprenden electrones por efecto fotoeléctrico los cuales son acelerados y dirigidos hacia una serie de electrodos, llamados dinodos, donde se producen electrones por emisión secundaria, obteniendo a la salida del fotomultiplicador un pulso de tensión cuya amplitud es proporcional a la energía del rayo gamma original.

A la salida del detector se usa un amplificador espectroscópico, que amplifica y conforma los pulsos del detector, para su análisis en el sistema de adquisición de datos.

El sistema de adquisición de datos más usado es un analizador de altura de pulsos asociado a un conversor analógico digital. Con este dispositivo

electrónico son digitalizados los pulsos cuyas alturas tienen la información de la energía depositada en el detector. Estas señales digitalizadas son seguidamente tomadas por un multicanal que realiza un análisis de la altura del pulso y la convierte en un número (canal). En esta última etapa se genera un histograma del número de cuentas en función del canal. De este modo, es frecuente que el número de canal sea proporcional a las alturas de los pulsos, es decir a la energía de los rayos γ o rayos X.

En la figura 3 se puede observar un espectro típico de rayos gamma. Las principales características de un espectro gamma son: el fotopico (corresponde al caso en que toda la energía del fotón incidente queda en el detector), y una planicie o meseta Compton. Esta planicie se debe a que, a menudo, cuando ocurre una interacción Compton, el electrón deja toda su energía en el detector, mientras que el fotón producido en la interacción se escapa del mismo. Por esta razón la planicie siempre aparece a energías menores que el fotopico. La relación entre la importancia relativa de la meseta Compton y el fotopico depende entre otros factores del tamaño del detector. Cuando más grande sea el tamaño del detector, menor será la probabilidad de escape de los fotones secundarios y menor será la magnitud de la meseta Compton respecto del fotopico. El continuo de la meseta se debe a que la energía de los electrones eyectados por la interacción varía según sea el ángulo en que sale el fotón secundario. En particular, si el fotón secundario escapa a $\theta = 180^\circ$ de la dirección incidente, el electrón eyectado tendrá la máxima energía posible en este tipo de interacción. En otras palabras, el valor de energía máxima de la meseta Compton, llamada borde o canto Compton, está asociado a la energía máxima impartida a un electrón en una interacción Compton. La razón por la que el canto Compton no es abrupto, está asociado en parte al hecho de que los electrones del detector no están libres y a las limitaciones de resolución del detector. La presencia de cuentas entre el borde Compton y el fotopico está asociada a la posibilidad

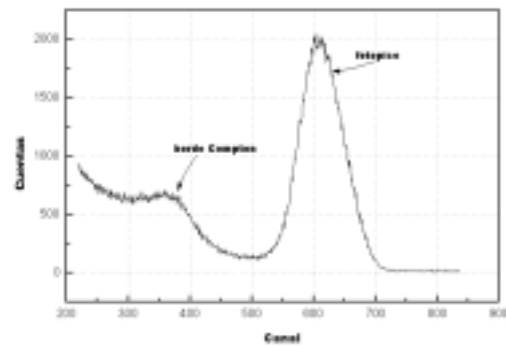


Figura 3 – Espectro típico de rayos gamma (^{137}Cs).

de que los fotones producidos en una interacción Compton realicen una segunda o tercera colisión

Compton en el detector. Una discusión más detallada de los distintos tipos de interacciones que ocurren en los detectores de rayos gamma puede encontrarse en la referencia I.

De la discusión anterior, podemos concluir que del estudio de los espectros de rayos gamma obtenidos usando detectores centelladores, podemos estudiar la cinemática y dinámica de la interacción de los fotones con los electrones del detector. Más específicamente, la energía de fotopico del espectro de rayos gamma está asociada a la energía de los fotones incidentes ($E\gamma$), mientras que la energía asociada al borde Compton es la energía máxima de los electrones eyectados en la interacción, o sea, la energía de los electrones que realizan una colisión unidimensional con los fotones incidentes y que en la ecuación (1) designamos con T . De este modo, el experimento que nos proponemos realizar consiste en estudiar experimentalmente la relación ente $E\gamma$ y T . Finalmente nos proponemos comparar nuestros resultados con las expectativas clásicas y relativistas para la dinámica del electrón eyectado.

Calibración del multicanal. Para realizar la misma se procedió a la medición e identificación de espectros de radiación conocidos, tales como las que se observan en la tabla 1.

Identificando los fotopicos de los espectros antes mencionados y ajustando el centroide de los mismos con una función Gaussiana pudimos conocer a qué canal correspondían las energías de los picos, previamente extraídas de tablas^(IV). En el siguiente gráfico se muestra la curva de calibración, donde se puede observar una respuesta lineal.

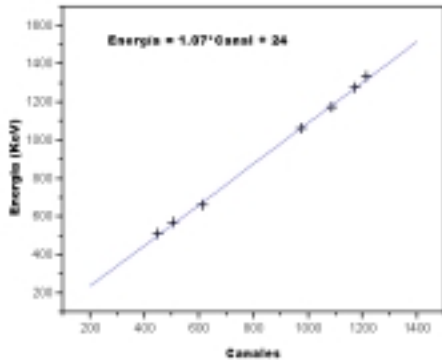


Figura 4 – Curva de calibración del dispositivo multicanal

Resultados experimentales. Para la determinación de las energías Compton se utilizó el método descrito en el trabajo de P. L. Jolivet y N. Rouze^(III). Este consiste en la determinación de los valores mínimo y máximo de la pendiente, para luego calcular el 54 % de la diferencia de los mismos y asignar dicho valor a la energía cinética (o Compton) de los electrones.

Debido a las dificultades para realizar dicho trabajo hemos elegido un error que consideramos ade-

cuado para contemplar los errores sistemáticos que se producen en la toma de datos.

Muestra	E gamma [KeV]	E compton [KeV]	Detector
²² Na	511	340+/-20	NaI(Tl)
²² Na	1274,5	1053+/-20	NaI(Tl)
²⁰⁷ Bi	569,2	388+/-20	NaI(Tl)
²⁰⁷ Bi	1063,6	851+/-20	NaI(Tl)
⁶⁰ Co	1173,2	980+/-20	NaI(Tl)
¹³⁷ Cs	661,6	489+/-20	NaI(Tl)

Los valores obtenidos son los que siguen:

Una vez determinadas las energías de borde Compton se procedió al análisis de los datos con el fin de observar qué tipo de dinámica (clásica o relativista) se ajusta con las mediciones realizadas. Para llevar a cabo lo anterior realizamos diferentes gráficos que en todos los casos son ajustados bien mediante el esquema relativista.

Tabla 1 – Datos experimentales. Las energías gamma fueron obtenidas según tablas.

a la masa no relativista por c^2 vs. la energía Compton de los electrones, que las pretensiones clásicas no se cumplen ya que la masa del electrón (m_{nr}) no permanece constante sino que posee una tendencia lineal. A diferencia de esto, en la figura 6 se puede observar que la energía en reposo del electrón permanece constante dentro del margen de error de la experiencia, obteniéndose un valor de (507 ± 42) KeV, que coincide con el valor obtenido en tablas (511 KeV) dentro del margen de error.

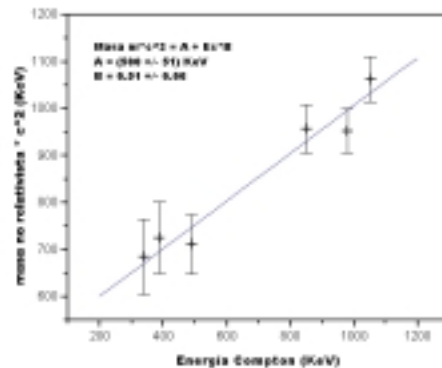


Figura 5 – masa no relativista por c^2 vs. la energía Compton de los electrones

Es interesante notar que la teoría clásica predice (según lo observado en A de la figura 5) que a bajas energías la cantidad $m_{nr} \cdot c^2$ coincide con la energía en reposo del electrón, que es la energía que posee un electrón estacionario (es decir velocidad nula) según predice la teoría especial de la relatividad. Esto

quiere decir que a bajas velocidades las dos teorías coinciden.

A fin de completar el análisis anterior se presentan una serie de gráficos realizados a partir de

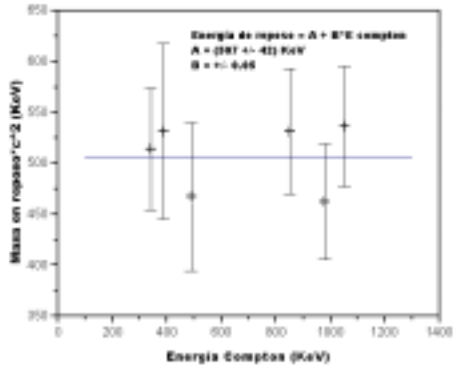


Figura 6 – Energía en reposo vs. la energía Compton de los electrones

los datos experimentales que corroboran la versión relativista de la dinámica debido a que los ajustes realizados según esta visión coinciden notablemente con los datos experimentales.

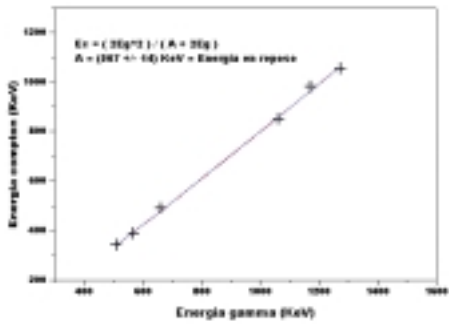


Figura 7 – Energía Compton vs. energía Gamma

Se puede ver en las figuras 7 y 8 que los parámetros de los ajustes coinciden con los valores esperados según la relatividad especial, es decir A en el gráfico 7 y 8 es $m_0 \cdot c^2$ y se observa buena correlación con el valor de tablas de 511 KeV. En la figura 9 se ve que el exponente A ajusta muy bien con el teórico de 0.5.

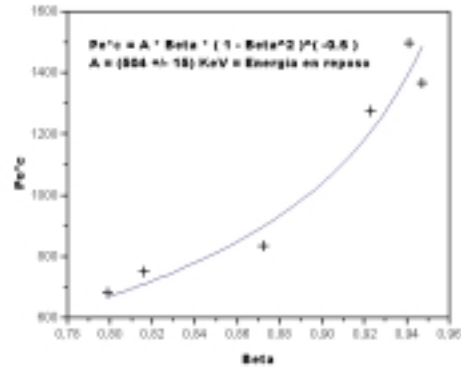


Figura 8 – Momento del electrón vs. beta

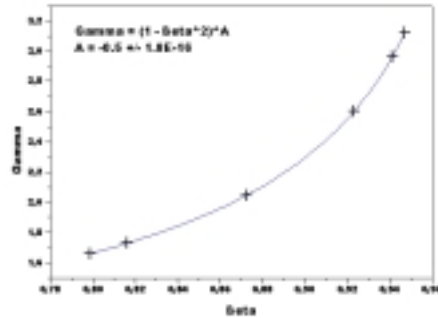


Figura 9 – Gamma vs. beta

Método alternativo. Una forma alternativa de corroborar la imagen de Einstein frente a la de Newton fue presentada por J. Higbie ^(II) y es reproducida en este trabajo.

La tarea consiste en hacer un gráfico de la cantidad $P_e^2 / 2m_0$ en función de la energía cinética de los electrones según la visión de Einstein y la de Newton agregando también los datos experimentales que se obtuvieron en esta experiencia.

Como los electrones Compton son básicamente partículas libres su energía corresponde sólo a la cinética. El caso clásico predice la siguiente igualdad:

$$\frac{P^2}{2 \cdot m_{(reposito)}} = E_{Compton} \quad (9)$$

Se pueden calcular los valores que corresponden a $P_e^2 / 2m_0$ para este ensayo usando:

$$\frac{p^2}{2.m_0} = \frac{(2.E_\gamma - E_c)^2}{2.m_0} \quad (10)$$

La teoría especial predice una expresión de la forma:

$$\frac{p^2}{2.m_0} = E_c + \frac{E_c^2}{2.m_0} \quad (11)$$

Los resultados se resumen en la figura 10 donde se ve marcadamente la validez del esquema

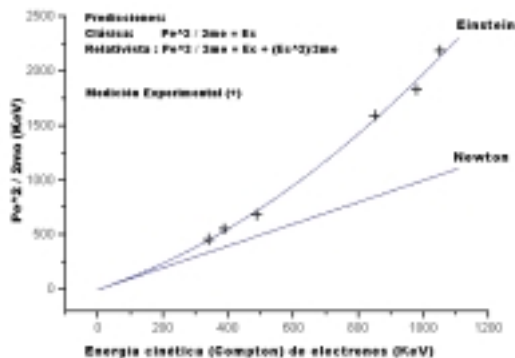


Figura 10 – Forma alternativa de corroborar la imagen de Einstein frente a la de Newton

relativista frente al clásico para el caso de partículas con un β no despreciable frente a 1, es decir partículas con velocidades cercanas a la de la luz.

Conclusiones

En el presente trabajo mostramos una forma sencilla de corroborar la versión relativista de la dinámica de electrones a alta velocidad basándonos en los principios básicos de la conservación de la energía y del momento lineal.

En la figura 5 mostramos como la teoría clásica es errónea cuando se trata con altas energías, viendo que la masa no relativista aumenta linealmente con la

velocidad, no manteniéndose constante como se considera clásicamente. Sin embargo, vimos que para bajas velocidades la masa coincide con su valor en reposo correspondiente a la versión relativista, corroborando la validez de la teoría clásica para bajas energías.

Utilizando las ecuaciones de la Relatividad Especial obtuvimos, ajustando la curva de datos experimentales, un valor de energía en reposo del electrón de (507 ± 42) KeV el cual esta dentro del valor aceptado de 511 KeV.

Por último mostramos un método alternativo de corroborar lo anterior, utilizando ecuaciones aun más sencillas, y en donde se puede ver en forma más ilustrativa cómo los datos experimentales encajan dentro del marco relativista.

Bibliografía

(I) “Radiactividad y su medida”, W. B. Mann y S. B. Garfinkel, (1968)

(II) “Undergraduate relativity experiment”, J. Higbie, Am. J. Ph. vol.42, pág. 642-644

(III) “Compton Scattering, the electron mass, and relativity: A laboratory experiment”, P.L. Jolivet and N Rouze, Am. J. Ph. vol 62, pág. 266 (1994)

(IV) C.M. Lederer *et al.*, *Table of Isotopes*, 7 th ed. (John Wiley & Sons, New York, (1978); Lederer, Hollander y Perlman, *Table of Radioisotopes*, 6 th ed. (John Wiley & Sons Inc., New York, 1967). En Internet: <http://nucldata.nuclear.lu.se/nucldata/toi/index.asp>

(V) S.Gil y E. Rodríguez - Física re-Creativa - Prentice hall - Buenos Aires 2001