

Interferencia y resonancia de ondas sonoras

Auad Cynthia, Bernal Lucía Mariel, y Nesteruk Julieta Yanina
e-mail: cynthia_auad@hotmail.com, marielbernal447@hotmail.com, juli_lna@hotmail.com

Laboratorio de física, Universidad Favaloro, Julio 2005

Resumen

El objetivo de este proyecto fue el estudio del patrón de interferencias de ondas acústicas usando un análogo sonoro del interferómetro de Michelson-Morley, conocido como tubo de Quincke. También se estudio del fenómeno de resonancia, utilizando un Tubo de Kundt. En ambos experimentos se midió la velocidad del sonido en el aire poniendo en práctica las dos técnicas experimentales mencionadas de modo de poder comparar los resultados experimentales mediante dos técnicas diferentes y también comparamos los resultados con las expectativas teóricas correspondientes.

Introducción

El objetivo de este proyecto fue el estudio del patrón de interferencia y resonancia de ondas acústicas en tubos cerrados y la determinación de la velocidad de propagación del sonido en el aire.

Para este estudio se utilizó el conocido tubo de Quincke¹, que permitió estudiar la interferencia de ondas sonoras de forma análoga a como el interferómetro de Michelson lo hace con las ondas electromagnéticas de luz. Un tubo de Kundt¹ posibilitó el análisis de resonancias de ondas sonoras en una dimensión.

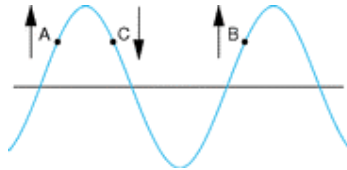
Antes de discutir el método experimental es útil recordar algunos conceptos fundamentales de movimiento ondulatorio y de resonancia de ondas sonoras en tubos cerrados.

- **Velocidad (v)**. Es el espacio que avanza la onda por unidad de tiempo. La velocidad de un movimiento ondulatorio depende del tipo de onda de que se trate y del medio por el que se propague.
- **Período (T)**. Es el tiempo que tarda una partícula en efectuar una oscilación completa. Por ejemplo, si tenemos un corcho flotando en el agua que es alcanzado por una ola (onda superficial transversal), el período es el tiempo que tarda el corcho en subir y bajar, hasta volver a la misma posición en que se encontraba antes de ser alcanzado por la onda. Se representa por T .
- **Frecuencia (f)**. Es el número de oscilaciones completas que realiza una partícula por unidad de tiempo. Se mide en hertz o hercios (símbolo, Hz), siendo un hertz igual a una oscilación completa por segundo. También se representa por la letra f . De acuerdo con la definición de período, como una oscilación dura T segundos, en un segundo habrá $1/T$ oscilaciones, por lo tanto:

$$f = \frac{1}{T}$$

Es decir, que la frecuencia es el valor inverso del período.

- **Concordancia de fase.** Se dice que dos puntos de un medio elástico por el que se propaga una onda están en concordancia de fase si, en un instante determinado, los dos ocupan posiciones idénticas y se mueven del mismo modo (hacia arriba o hacia abajo). Los puntos *A* y *B* están en concordancia de fase, pero no así el *C*, puesto que aunque se encuentra a la misma altura está bajando en lugar de subiendo como el *A* y el *B*.



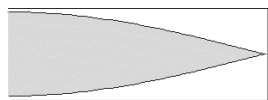
- **Longitud de onda (λ).** Es la distancia entre dos puntos consecutivos cualesquiera que se encuentran en concordancia de fase. Se representa por la letra griega λ y equivale a la distancia que avanza la onda en el tiempo *T*. Por lo tanto, y puesto que las ondas se mueven con velocidad constante, será:

$$\lambda = fT$$

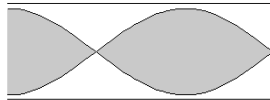
En el movimiento ondulatorio, el período *T* es el tiempo que tarda la onda en recorrer un espacio igual a la longitud de onda. El período del movimiento ondulatorio coincide con el período de oscilación de las partículas.

- **Amplitud (*A*).** Es la separación máxima que alcanza cada punto del medio respecto a su posición de equilibrio. Se representa como *A*. En el ejemplo del corcho flotando en el agua, la amplitud sería la altura máxima que alcanzaría en su movimiento de vaivén.

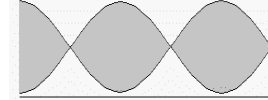
Como la distancia entre un vientre y un nodo consecutivo es $\lambda/4$. La longitud *L* del tubo, en las figuras representadas, es



$$L = \lambda/4$$



$$L = 3\lambda/4$$



$$L = 5\lambda/4$$

En general, par un tubo semi-cerrado:

$$L = \frac{(2n+1)\lambda}{4}; \quad \text{con } n=0, 1, 2, 3, \dots$$

Las frecuencias de los distintos modos de vibración responden a la fórmula

$$f = \frac{(2n+1)}{4} \cdot \frac{c}{L} \quad \text{con } n=0, 1, 2, 3, \dots$$

El arreglo experimental, correspondiente al tubo de Quincke se indica esquemáticamente en la figura 1. Un parlante conectado a un generador de funciones, emisor, genera una señal sonora de frecuencia *f* conocida. Un micrófono conectado a un amplificador de audio, emite una señal proporcional a la intensidad sonora en la zona del micrófono,

receptor. El método experimental se basa en la interferencia de ondas. La onda sonora proporcionada por el emisor se divide en dos componentes coherentes que se propagan en sentidos opuestos, recorriendo caminos de distintas longitudes hasta alcanzar el receptor, que detecta la superposición de ambas señales. En dicho punto ambas ondas se superponen definiendo un patrón de interferencia que el micrófono transforma en una señal eléctrica que podemos visualizar mediante un osciloscopio. Dicho patrón de interferencia viene determinado por la superposición de dos ondas de igual frecuencia, ω , y número de ondas, $k=2\pi/\lambda$, que se propagan en sentidos opuestos.

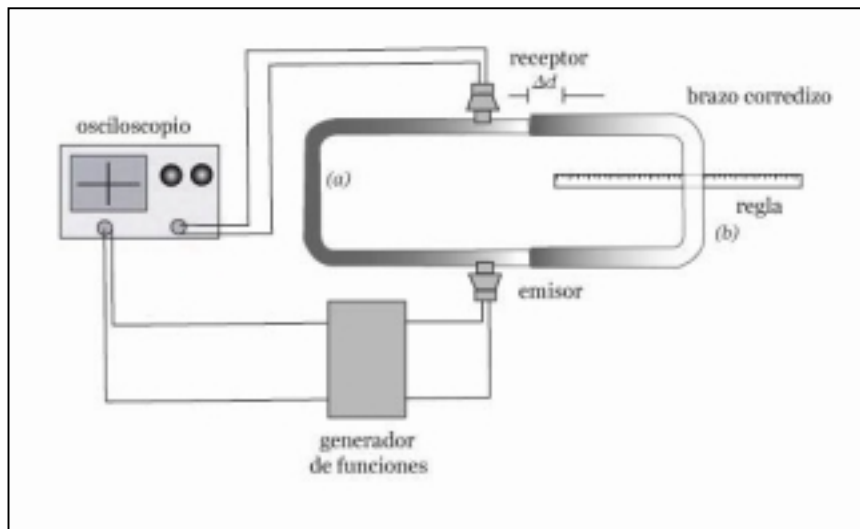


Figura 1: Representación gráfica del interferómetro acústico del tubo de Quincke

Interferencia de Ondas- Tubo de Quincke

El principio de Superposición de ondas expresa que: “Si dos o más ondas se solapan en la misma región del espacio se produce una interferencia y se obtiene una onda resultante cuyas características dependen del desfase de las ondas incidentes”.

Planteando las ecuaciones correspondientes se formularon las hipótesis teóricas.

La onda que se propaga siguiendo el camino (a), de longitud constante, puede expresarse como:

$$y_1(x,t) = A_1 \text{sen}(kx + \omega t), \quad (1)$$

mientras que la onda que se propaga por el camino de longitud variable (b) puede expresarse como:

$$y_2(x,t) = A_2 \text{sen}(kx + \omega t + \phi), \quad (2)$$

donde ϕ describe la diferencia de fase debida a que ambas ondas recorren caminos de distinta longitud.

La superposición de ambas ondas puede expresarse de la forma

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \quad (3)$$

$$y(x,t) = A_1 \text{sen}(kx + \omega t) + A_2 \text{sen}(kx + \omega t + \phi), \quad (4)$$

donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ son los valores de los vectores de onda en la dirección x o en el sentido opuesto. La frecuencia angular es $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$, y $\Delta\phi$ es la diferencia de fase entre las dos ondas.

Como la diferencia Δd (figura 1) de las longitudes de los tramos rectos se incrementa, la diferencia de amplitud en el punto de medida también varía ($A_2 \neq A_1$). Si el punto de medida se realiza en $x = 0$, la presión de sonido es

$$p = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \cos(\omega t + \Delta\phi), \quad (5)$$

que puede describirse como:

$$p = (A_1 - A_2) \cos \omega t + 2A_2 \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\Delta\phi}{2}\right). \quad (6)$$

Para diferencias pequeñas entre A_1 y A_2 , o sea si $A_1 \approx A_2$, la amplitud de la presión de sonido está determinada principalmente por $2A_2 \cos(\Delta\phi/2)$. La amplitud de presión de sonido tiene un máximo cuando se verifica:

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7)$$

A su vez, el desfase debido al alargamiento del tramo móvil puede expresarse, en términos de la longitud de onda, como:

$$\Delta\phi_n = 2kd = \frac{4\pi}{\lambda} d. \quad (8)$$

Combinando las expresiones (7) y (8) obtenemos

$$d_n = \frac{n}{2} \lambda, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

de modo que la distancia entre dos mínimos (o dos máximos) consecutivos corresponde a media longitud de onda:

$$\Delta d = d_{n+1} - d_n = \frac{\lambda}{2}. \quad (10)$$

La intensidad detectada por el receptor dependerá de la diferencia de longitud de ambos brazos Δd . Por lo tanto, se tiene un desfase dado por:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2\Delta d, \quad (11)$$

siendo que dos situaciones de mínima intensidad consecutivas están separadas por una distancia $\Delta d = \lambda/2$, dada por la ecuación (10). Por consiguiente, midiendo las posiciones d para las que van apareciendo mínimos podemos determinar la longitud de onda del sonido.

La frecuencia f impuesta por el generador de funciones es conocida o medible, entonces se puede calcular la velocidad del sonido, c , como:

$$c = \lambda f. \quad (12)$$

Ondas Estacionarias - Resonancia en tubos

El arreglo experimental usado para el estudio del patrón de resonancia el equipo utilizado fue nuevamente el generador de funciones, micrófono, amplificador y osciloscopio, además de una probeta de vidrio o plástico como se muestra en la figura 2.

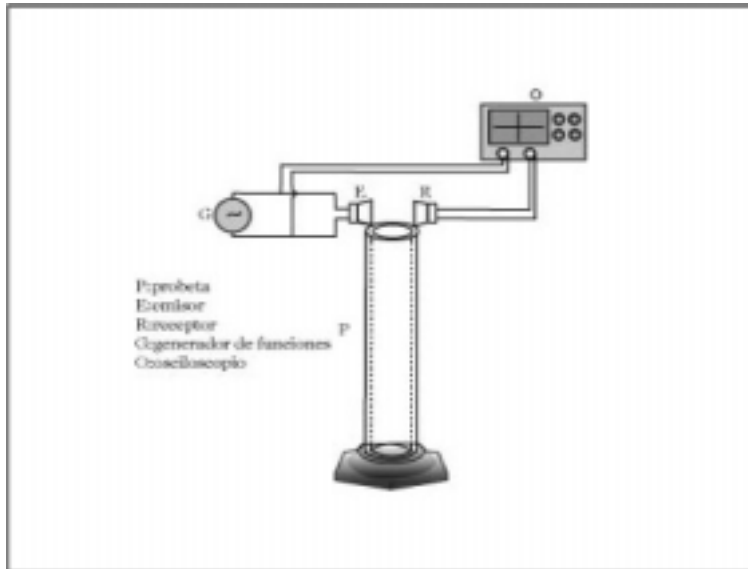


Figura 2: Representación gráfica del tubo de Kundt para el estudio de los nodos de resonancia.

Como se explicó con anterioridad, el comportamiento de una onda estacionaria en un tubo cerrado, conociendo la longitud, L , del tubo utilizado se puede deducir una expresión para la longitud de onda en las que se encuentran los puntos o nodos de resonancia.

$$X_n = \frac{2n+1}{4L} \quad (13)$$

Luego, a partir de la frecuencia y la longitud de onda se calculó la velocidad del sonido, mediante la ecuación (12).

Método experimental

En el tubo de Quinke, extendiendo el brazo móvil (figura 1) registramos los máximos de intensidad que aparecen en la pantalla del osciloscopio, que corresponden a la máxima amplitud de onda, para 10 frecuencias diferentes en el rango de 1 a 6 kHz. Haciendo uso de la expresión (10) determinamos la longitud de onda, introduciendo el valor de Δd obtenido mediante una regla graduada, como se observa en la figura 1. La lectura de la frecuencia se toma directamente del osciloscopio.

En el tubo de Kundt, se coloca el emisor y receptor de sonido en la boca abierta del tubo semi-cerrado (probeta), como se muestra en la figura 2. Mediante la variación de la frecuencia producida por el generador de funciones (en un rango de 1 a 6 kHz), se pudo ver en el osciloscopio los puntos, o nodos, de resonancia. Los mismos están dados por la máxima amplitud de la onda resultante producida dentro del tubo o probeta.

Con los datos obtenidos se realizó el análisis estadístico correspondiente en cada caso.

Discusión y resultados

Para el análisis gráfico de datos experimentales resulta de gran utilidad la linealización de los mismos ya que la recta es la forma geométrica más simple en dos dimensiones, y una relación lineal entre dos variables cualesquiera es más fácil de ser identificada a simple vista.

Primero se analizó el experimento de interferencia de ondas.

En este estudio, la linealización se llevó a cabo tomando la velocidad del sonido obtenida a partir de la ecuación 12 y la frecuencia proporcionada por el generador de funciones.

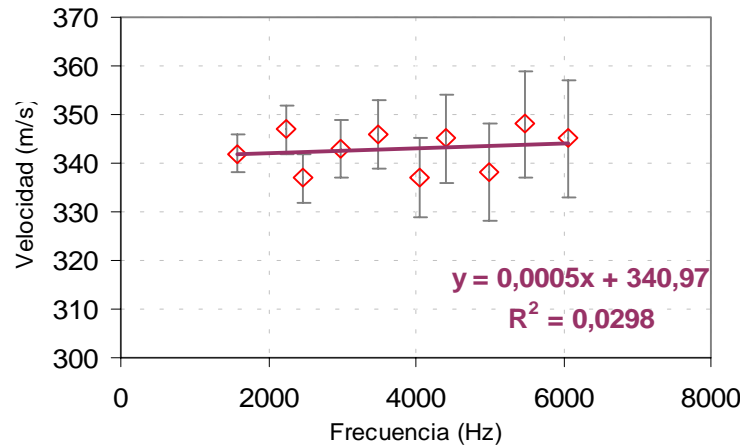


Figura 3: Representación de la velocidad del sonido en función de la frecuencia para el arreglo experimental correspondiente al tubo de Quincke.

Como se observa en la figura 3, no hay correlación entre la velocidad y la frecuencia, obsérvese la cercanía a 0 del valor correspondiente al coeficiente de correlación. Por lo tanto podemos suponer que la velocidad no varía para las diferentes frecuencias, dentro de un rango de valores determinado por los errores asociados. Se sabe que la relación entre velocidad y frecuencia está dada por la ecuación (12), y además que la longitud de onda corresponde a dos veces la variación de longitud entre dos máximos consecutivos. Se obtiene entonces:

$$c = 2\Delta df, \quad (14)$$

Por lo que resulta sencillo conocer el error asociado a la velocidad propagando los errores de las variables dependientes (f y d).

$$\left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 = \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2. \quad (15)$$

Los errores de la frecuencia son errores del tipo sistemático es decir que se originan por las imperfecciones del instrumento (generador de funciones y su frecuenciómetro).

Los errores en el cálculo de la distancia entre los máximos, Δd , son errores nominales proporcionados por la regla milimetrada y se encuentran afectados por errores de apreciación. Las barras de error corresponden a los valores de Δc obtenidos para cada una de las 10 mediciones.

Los valores medios de c se encuentran todos dentro de los márgenes de error asociados, y describen una recta de pendiente casi nula con ordenada al origen de valor aproximado a 341 ± 4 m/s.

Seguidamente se calculó un promedio de los valores de velocidad, resultando este 343 m/s. Se comparó este valor con el ya conocido de la velocidad obtenido teóricamente (aprox. 343 m/s) y se concluyó que la correspondencia es muy buena, es decir que la observación avala la teoría y que las hipótesis fundamentales pudieron verificarse.

Al analizar el experimento de resonancia de ondas acústicas, se realizó una linealización de los datos obtenidos en cada uno de los dos tubos o probetas utilizados, a partir las frecuencias, a las cuales se encontraron puntos (o nodos) de resonancia dentro del tubo, en función de las distancias de los respectivos nodos.

En el caso de un tubo semi-cerrado de longitud de 0.24 m y 2.57cm de diámetro aproximadamente, se obtuvo el siguiente gráfico:

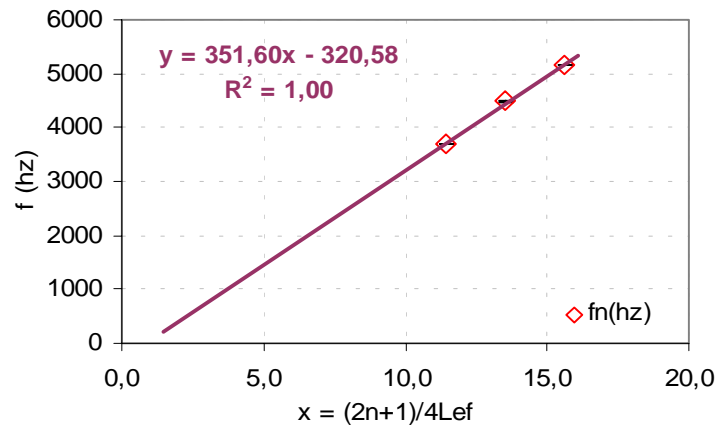


Figura 4: Representación gráfica de la linealización de los datos para el arreglo experimental del tubo de Kundt

La figura 4 muestra una buena correlación entre los datos y además la pendiente de la recta es la magnitud de la velocidad del sonido, que resultó igual a 352 ± 10 m/s. Los errores son los mismos para todas las mediciones y son del tipo sistemáticos y de apreciación, los correspondientes a la frecuencia resultaron pequeños en relación a la misma.

Para el tubo semi-cerrado de longitud 1.212 m y diámetro de 1.97 cm aproximadamente, se realizaron distintas muestras y se obtuvieron las siguientes linealizaciones:

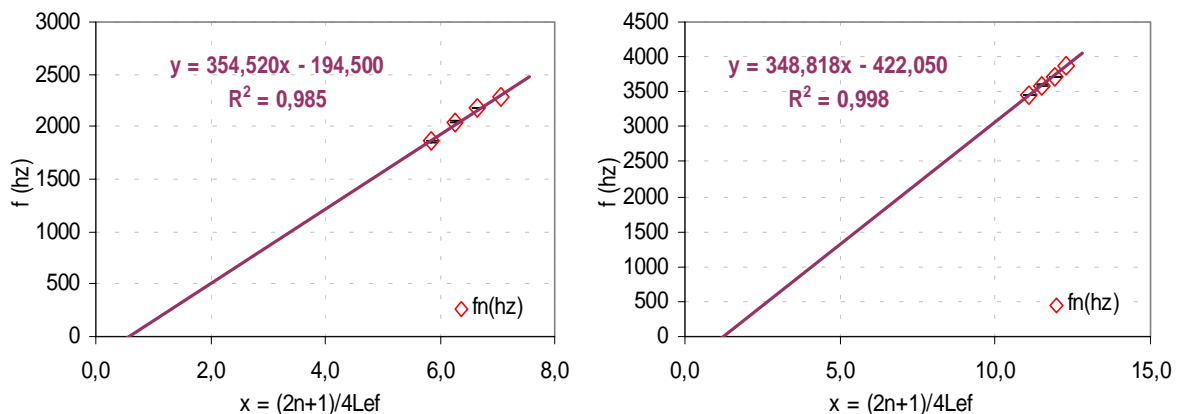


Figura 5: Representación gráfica de la linealización de los datos para el arreglo experimental del tubo de kundt.

En las representaciones de la figura 5, se puede apreciar los valores correspondientes a la velocidad del sonido en cada caso (355 ± 10 m/s y 349 ± 10 m/s). Aquí también se puede

ver que los errores en la frecuencia son pequeños y se encuentran dentro del rango de la linealización.

Se puede ver que estos últimos valores (proporcionados por el tubo de Kundt, para la resonancia), están un poco alejados del valor conocido y del obtenido en el experimento anterior. Esto se debe a las condiciones en que fue realizado el estudio, ya que son producto de interferencias de otros sonidos producidos en el ambiente, y teniendo en cuenta que trabajando a frecuencias bajas se dificulta la lectura del osciloscopio.

Conclusión

La linealización de datos nos permitió manejar con gran facilidad los datos observacionales obtenidos y permitieron validar las hipótesis fundamentales planteadas como objetivos de investigación a saber:

- La **interferencia** es un fenómeno característico de las ondas y es la superposición que puede dar lugar a una intensificación o debilitamiento de la onda resultante respecto de las ondas componentes. En el primer caso, el desfase es de media longitud de onda, la interferencia es destructiva ya que las ondas llegan desfasadas media longitud de onda, pudiendo incluso llegar a cancelarse las ondas. En el caso de que las ondas llegan en fase, la interferencia es constructiva, y se produce una máxima amplitud de onda. Para que en la superposición de ondas se produzca interferencia apreciable es necesario que las ondas sean armónicas, es decir que estén en la misma frecuencia.
- La **velocidad** del sonido por tratarse el sonido puede expresarse como $c = \lambda f$, y según el estudio realizado su valor medio es de **343 ± 8 m/s**.
- Los nodos de resonancia en un tubo semi-cerrado pueden expresarse en función de la longitud de onda de la forma:

$$X_n = \frac{2n+1}{4L}$$

- La velocidad del sonido obtenida con ambos métodos, no depende de la frecuencia y el valor obtenido fue: **$C=343 \pm 8$ m/s**, la temperatura ambiente fue de aprox. $T=20^\circ\text{C}$, y esto concuerda con el valor teórico correspondiente a esta magnitud.

Bibliografía

- 1- *Física re-Creativa*, S.Gil-E. Rodríguez, Prentice Hall, Bs. As. 2001.
- 2- *Física Universitaria*, Sears, Addison Wesley, México 1998.